

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 А.Е. Митяев

подпись

« 28 » 06. 2017 г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

**15.03.03 Прикладная механика**

**Расчет на прочность гибкого колеса волновой передачи с  
применением ANSYS**

Пояснительная записка

Руководитель

  
подпись, дата

доцент; к.т.н.

должность, ученая степень

Д.Е. Груздев

Выпускник

  
подпись, дата

И.И. Ким

Красноярск 2017

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ А.Е. Митяев  
подпись  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

**15.03.03 Прикладная механика**

**Расчет на прочность гибкого колеса волновой передачи с  
применением ANSYS**

Пояснительная записка

Руководитель

Выпускник

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

доцент, к.т.н. Д.Е. Груздев  
должность, ученая степень

И.И. Ким

Красноярск 2017

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Прикладная механика»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ А.Е. Митяев

(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г

**ЗАДАНИЕ  
НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ  
в форме бакалаврской работы**

Студенту Ким Ивану Ивановичу

---

Группа МТ 13-05Б Направление (специальность) 15.03.03

---

«Прикладная механика»

---

Тема выпускной квалификационной работы: Расчет на прочность  
гибкого колеса волновой передачи с применением ANSYS

---

Утверждена приказом по университету № 17812/с от 30 декабря 2016  
Руководитель ВКР Д.Е. Груздев доцент, к.т.н.

---

Исходные данные для ВКР

*Сведения о геометрии рассчитываемой конструкции, характеристики ее материала, а также значения прилагаемых к ней сил и нагрузок*

Перечень разделов ВКР

- 1) Описание передачи*
- 2) Применяемые теории при проектировании гибких колес волновых передач*
- 3) Изменение формы деформирования гибкого колеса от нагрузки передачи*
- 4) Проектирование волновой передачи*
- 5) Метод конечных элементов для решения задач*
- 6) Реализация метода конечных элементов в ANSYS*

Перечень графического или иллюстративного материала с указанием основных слайдов:

- 1) Сетка конечных элементов*
- 2) Граничные условия и способ нагружения*
- 3) Определение напряжений и деформаций ВЗП от момента сопротивления*
- 4) Зависимость между длиной стакана гибкого колеса и возникающими в нем напряжениями и деформациями*
- 5) Выводы*

Руководитель ВКР

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Д.Е. Груздев

Задание принял к исполнению

\_\_\_\_\_  
(подпись)

И.И. Ким

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

# КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК

## выполнения этапов ВКР

Наименование и содержание этапа	Срок выполнения	Примечание
1 Прохождение преддипломной практики	24.04.2017 – 04.06.2017	
2 Анализ собранных материалов	05.06.2017 – 09.06.2017	
3 Работа над теоретической частью проекта	10.06.2017 – 13.06.2017	
4 Работа над практической частью работы	14.06.2017 – 18.06.2017	
5 Оформление графической части работы	19.06.2017 – 21.06.2017	
6 Оформление пояснительной записки	22.06.2017	

Руководитель выпускной  
квалификационной работы  
«\_\_»\_\_\_\_2017 г.

\_\_\_\_\_ Д.Е. Груздев

Студент МТ 13-05Б  
«\_\_»\_\_\_\_2017 г.

\_\_\_\_\_ И.И. Ким

## СОДЕРЖАНИЕ

Реферат .....	3
Введение .....	4
1 Конструкции волновых передач .....	6
1.1 Виды генератора волн .....	7
1.2 Преимущества и недостатки волновой зубчатой передачи .....	9
2 Особенности волнового зацепления .....	11
3 Графическое построение положения зубьев в ненагруженной передаче .....	13
4 Расчет зазоров между зубьями в ненагруженной передаче .....	18
5 Учет перекоса зубьев .....	21
6 Перекос зубьев от закручивания гибкого колеса .....	27
7 Профиль зубьев .....	28
7.1 Эвольвентные зубья с узкой впадиной .....	28
7.2 Эвольвентные зубья с широкой впадиной .....	29
8 Геометрический расчет ВЗП .....	33
8.1 Подбор гибкого подшипника .....	33
8.2 Окончательный расчет параметров волновой передачи .....	33
8.3 Генератор волн деформаций .....	35
8.4 Выбор материала для гибкого и жесткого колеса волновой передачи .....	35
8.5 Проверка коэффициента запаса по касательным напряжениям .....	36
8.6 КПД передачи .....	36
8.7 Уточненный проверочный расчет .....	37
9 Расчет в ANSYS .....	38
9.1 Кинематический анализ .....	39
9.2 Граничные условия и сетка элементов 3D – модели ВЗП .....	40
9.3 Сетка конечных элементов .....	41
9.4 Крутящий момент на валу и фиксация гибкого колеса .....	42
9.5 Определение деформаций ВЗП от момента сопротивления .....	43
Заключение .....	49
Список использованных источников .....	50

					БР – 15.03.03 ПЗ		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			
Разраб.		Ким И.И.			Определение деформации зубьев гибкого колеса волновой передачи с применением ANSYS	Лит.	Лист
Пров.		Груздев Д.Е.					2
Н.контр.		Колотов А.В.				СФУ ПИ МТ13-05Б	
Утв.		Митяев А.Е.					

## РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Определение деформации зубьев гибкого колеса волновой передачи с применением ANSYS» содержит 52 страницы текстового документа, 44 иллюстраций, 54 формулы, 14 использованных источников.

ВОЛНОВАЯ ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА, ГИБКОЕ КОЛЕСО, ГЕНЕРАТОР ВОЛН, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, НАПРЯЖЕНИЕ, ДЕФОРМАЦИЯ, 3D – МОДЕЛЬ, ANSYS.

Объект исследования – зубчатый венец гибкого колеса ВЗП.

Цель исследования:

Определение деформации зубьев гибкого колеса в нагруженной волновой зубчатой передаче с применением программного комплекса ANSYS.

Задачи исследования:

- рассчитать геометрические параметры волновой зубчатой передачи и построить 3D – модель;
- разработать схему нагружения модели и произвести расчет методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS Workbench;

В результате проведения исследования были определены максимальные значения деформации зубьев гибкого колеса под действием внешней нагрузки, а также характер деформации и зацепления зубьев гибкого колеса ВЗП.

В итоге по заданным характеристикам была спроектирована ВЗП, а также средствами пакета SOLIDWORKS создана ее 3D – модель. Рассчитаны величины деформаций в гибком колесе ВЗП при помощи программного модуля ANSYS Workbench.

## ВВЕДЕНИЕ

Волновые передачи имеют достаточно широкое применение, в таких областях деятельности человека, как в робототехнике (системы приводов, узлов автоматизации), машиностроения (в узлах станков, в подъемно-транспортных машинах и механизмах), авиакосмической отрасли, в системах управления механизацией крыльев летательных аппаратов, в системах ориентации наземных и орбитальных телескопов, панелей солнечных батарей космических аппаратов, а также в высокоточном медицинском оборудовании.

Волновая зубчатая передача – механическая передача, содержащая зацепляющиеся между собой гибкое и жесткое зубчатые колеса, и обеспечивающая преобразование и передачу движения за счет циклического возбуждения волн деформации в гибком элементе – гибком колесе.

Основными достоинствами ВЗП считают возможность реализации большого передаточного числа в одной ступени, способность передавать высокие нагрузки, высокие массогабаритные характеристики, низкий шум, плавность при работе, высокие демпфирующие способности, возможность передачи движения в герметизированное пространство без применения уплотнений.

Наряду с имеющимися преимуществами, ВЗП имеет и ряд недостатков. Наиболее существенные из которых: высокое значение нижнего предела передаточных отношений (~80 при стальных гибких колесах), сложность изготовления гибкого колеса и генератора волн, требующая специальной оснастки (это затрудняет единичное производство и ремонтные работы), сравнительно малую жесткость на начальном участке нагружения (переменный характер жесткости отнесен к недостаткам условно, т.к. для некоторых приводов он имеет положительное значение), малая долговечность гибкого колеса относительно передач с жесткими колесами, при высоких нагрузках возможность проскакивания зубьев при применении роликовых генераторов.

Волновые передачи со стальными колесами применяют в основном при передаточном значении от 80 до 360 ( $u = 80...360$ ). Превышение верхнего предела передаточного отношения может приводить к проворачиванию генератора или проскоку зубьев колес ( $u > 360$ ). Нижний предел передаточного отношения ограничен начальными деформациями и напряжениями в гибком колесе ( $u < 80$ ). Превышение предельных деформаций приводит к появлению трещин и разрушению гибкого колеса.

На сегодняшний день решение проблем, связанных с деформацией зубьев под действием внешних нагрузок может осуществляться при помощи



усовершенствованных методик расчета, а также применением новых материалов.

Задачи, связанные с деформацией контакта, напряжением, распределением нагрузки между зубьями возможно решить при помощи программного комплекса ANSYS.

Целью работы является определение деформации зубьев гибкого колеса в нагруженной волновой зубчатой передачи с применением программного комплекса ANSYS, что позволит выявить появление усталостных трещин во впадинах зубьев.

Вопросами, связанными с определением деформаций зубьев гибкого колеса волновой зубчатой передачи, занимались авторы Иванов М.Н., Тимофеев Г.А., Люминарский С.Е., Барбашов Н.Н. [1, 2, 13, 14 с. 38-85, 255-259, 1-10, 21-28.]

Для решения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) рассчитать геометрические параметры волновой зубчатой передачи и построить 3D – модель;
- 2) разработать схему нагружения модели и произвести расчет методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS Workbench;

## 1 Конструкции волновых передач

Волновая передача (ВЗП) включает – гибкое колесо с внешними зубьями, выполненное в виде тонкостенного цилиндра, соединенного с тихоходным валом (рис 2.*q*); жесткое колесо с внутренними зубьями, соединенное с корпусом (рис 2.*b*); генератор волн (рис 2.*h*). Обозначения даны в соответствии с [2].



Рисунок 1 – Волновая зубчатая передача

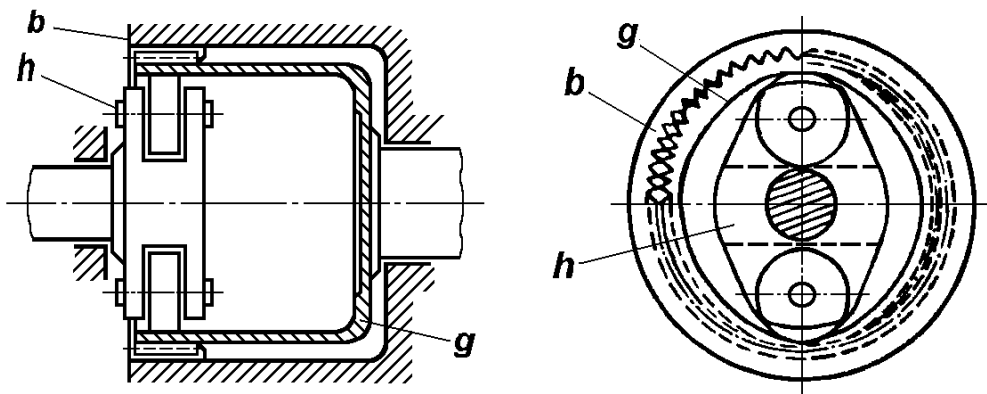


Рисунок 2 – Волновая зубчатая передача: *h* – генератор волн, *b* – жесткое колесо, *g* – гибкое колесо

Генератором волн волновой передачи называется элемент, создающий волну деформации в гибком элементе.

## 1.1 Виды генератора волн

Генератор волн бывает:

- 1) Электромагнитным;
- 2) Роликовым;
- 3) Дисковым;
- 4) Кулачковым.

**Электромагнитный генератор** представляет собой неподвижный генератор  $h$  имеющий ряд полюсов электромагнитов, которые с помощью специального устройства включались поочередно по окружности. Деформирование гибкого колеса  $g$  осуществляется электромагнитами. Магнитный поток диаметрально противоположных пар полюсов замыкается через гибкое колесо  $g$ , деформируется и прижимается к жесткому колесу  $b$ . Смена рабочих пар полюсов образовала волну деформации, бегущую по окружности (рис 6). [1]

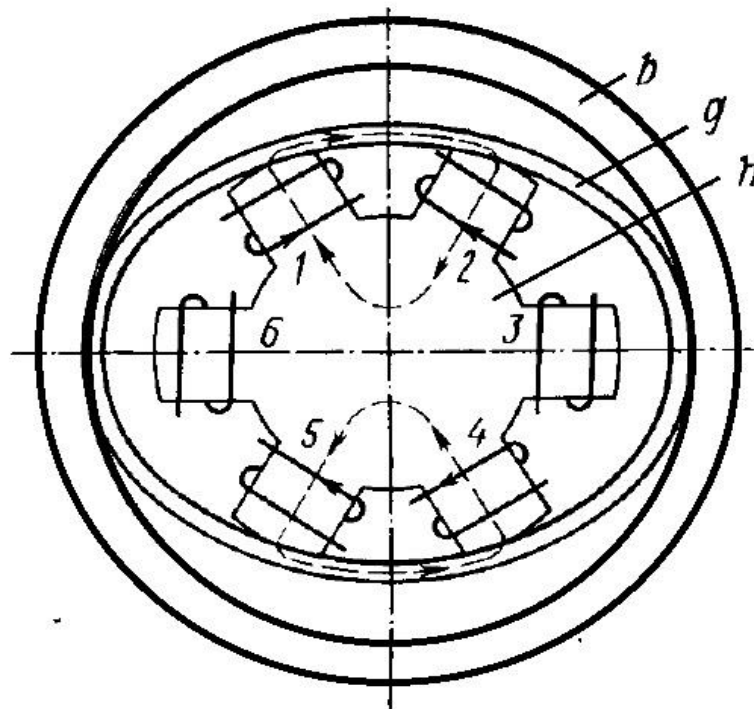


Рисунок 4 – Электромагнитный генератор волн:  $g$  – гибкое колесо,  $b$  – жесткое колесо,  $h$  – неподвижный генератор, 1–6 – полюса.

**Роликовым генератором волн** называется такой генератор, который создает волну деформации в гибком элементе с помощью 2-х или более роликов, которые представляют собой обычные радиальные шарикоподшипники (рис 3).

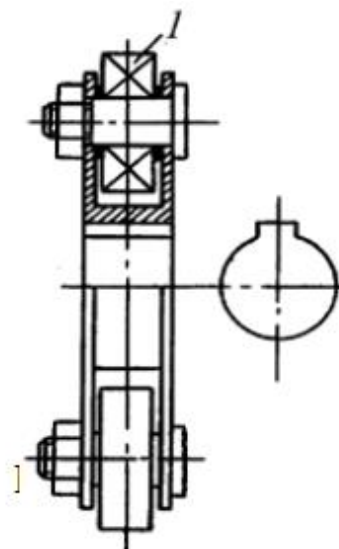


Рисунок 5 – Роликовый генератор волн: 1 – ролик

**Дисковым генератором** волн называется такой генератор, который создает волну деформации в гибком элементе с помощью 2-х дисков, оси вращения которых имеют некоторый эксцентриситет (рис 4).

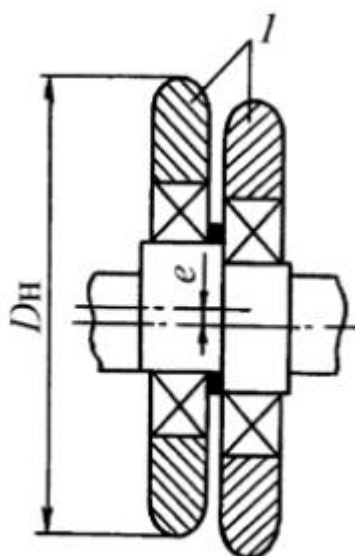


Рисунок 6 – Дисковый генератор волн: 1 – диски

**Кулачковым генератором** волн называется такой генератор, который создает волну деформации в гибком элементе с помощью гибкого шарикоподшипника, насаженного на кулачок специального профиля (рис 5). [4]

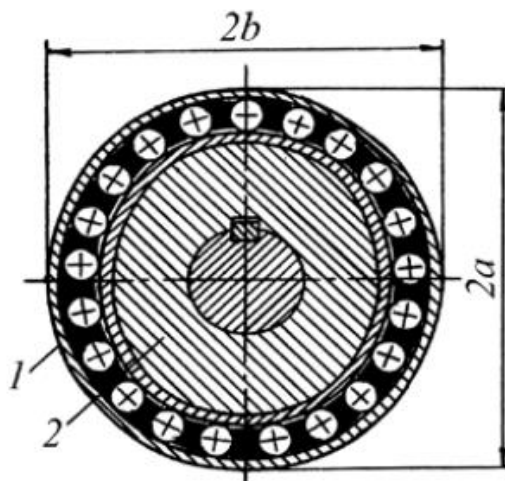


Рисунок 7 – Кулачковый генератор волн: 1 – гибкий шарикоподшипник, 2 – кулачок

Кулачковый генератор волн наиболее актуальный т.к этот генератор лучше других сохраняет стабильную первоначально заданную форму деформации гибкого колеса под нагрузкой. Такой генератор применяется в массовом производстве.

## 1.2 Преимущества и недостатки волновой зубчатой передачи

Преимущества:

- 1) Малая масса и небольшие габариты;
- 2) Высокая кинематическая точность;
- 3) Незначительный мертвый ход;
- 4) Высокая демпфирующая способность;
- 5) Тихоходность;
- 6) Высокий КПД (85...78%), как и у планетарных передач;
- 7) Большие передаточные отношения в одной ступени: минимальное – 40 (ограничивается изгибной прочностью гибкого зубчатого венца), максимальное – 400 (ограничивается минимально допустимой величиной модуля).

Недостатки:

- 1) Мелкие модули зацепления (0,15...0,2 мм);
- 2) Сложность изготовления гибких тонкостенных колес;
- 3) Ограниченные частоты вращения генератора волн из-за возникновения вибраций.

Вращение генератора волн вызывает движение по окружности волны деформации гибкого колеса, что приводит к пересопряжению зубьев. Так как количество зубьев гибкого и жесткого колеса различны, то гибкое колесо получает вращение. Волна деформации гибкого колеса и, соответственно, зона зацепления перемещаются вместе с вращением генератора волн, отсюда и название – волновая передача. [2]

Для определения передаточного отношения, пользуются методом остановки водила, как это принято в обычных планетарных передачах. При остановленном гибком колесе передаточное отношение от генератора волн к жесткому колесу равно отношению диаметра жесткого колеса или числа его зубьев к разности диаметров или чисел зубьев жесткого и гибкого колес

$$u_{hжс}^{(г)} = \frac{\omega_h}{\omega_{жс}} = \frac{d_{жс}}{d_{жс} - d_z} = \frac{Z_{жс}}{Z_{жс} - Z_z}. \quad (1)$$

При неподвижном жестком колесе направление вращения ведомого звена изменяется

$$u_{hз}^{(ж)} = \frac{\omega_h}{\omega_z} = \frac{d_z}{d_{жс} - d_z} = \frac{Z_z}{Z_{жс} - Z_z}. \quad (2)$$

В волновых передачах из условий сборки разница в числе зубьев жесткого и гибкого колес применяется равной или кратной числу волн генератора

$$Z_{жс} - Z_z = \gamma. \quad (3)$$

Передачи могут быть

- 1) Одноволновые  $Z_{жс} - Z_z = 1$ ;
- 2) Двухволновые  $Z_{жс} - Z_z = 2$ ;
- 3) Многоволновые  $Z_{жс} - Z_z = 3$ .

Наибольшее распространение получили двухволновые передачи.



В следствии гибкости одного из колес, волновая передача имеет свои особенности. В процесс работы нагруженной передачи замечают 3 зоны зацепления:

- 1) Зона входа зубьев в зацеплении;
- 2) Зона зацепления передачи основной нагрузки;
- 3) Зона выхода из зацепления.

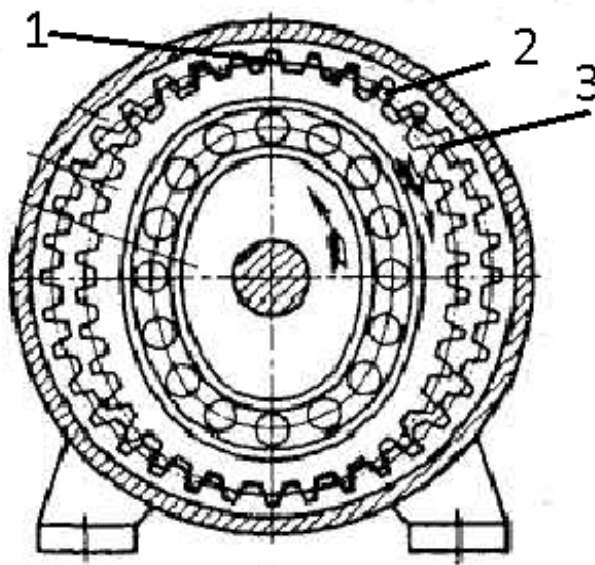


Рисунок 8 – Волновая зубчатая передача: 1 – зона входа зубьев в зацеплении, 2 – зона зацепления передачи основной нагрузки, 3 – зона выхода из зацепления

Относительные перемещения зоны зубьев в перемещении незначительны и происходят в основном в зонах, где нагрузки малы т.е в зонах входа в зацеплении и выхода из зацепления. [1]

## 2. Особенности волнового зацепления

Гибкое колесо ВЗП при его нагружении изменяет свою начальную форму. Это происходит из-за наличия зазоров и упругости элементов, взаимодействующих с гибким колесом. Изменение формы гибкого колеса ограничено с внешней стороны жестким колесом, а с внутренней – генератором волн. Гибкое колесо, опирающееся на генератор волн в пределах участков постоянной кривизны, стремится принять форму жесткого колеса.

С увеличением момента закручивающего гибкое колесо зоны выбранных зазоров в зацеплении увеличиваются, что приводит к увеличению

числа пар зубьев в зацеплении. Благодаря многопарности зацепления (нагрузку могут передавать до 30% всех пар зубьев) нагрузочная способность ВЗП выше, чем планетарной. КПД волновой передачи также выше, потому что в зацеплении зубья почти не перемещаются при прилегании гибкого колеса к жесткому.

При деформировании гибкого цилиндра происходит перекося образующих. Это приводит к перекося зубьев гибкого колеса относительно зубьев жесткого колеса. Зазоры (натяги) в зацеплении неодинаковы по длине зубьев, поэтому зацепление в волновых передачах (при деформировании гибкого цилиндра по одному торцу) следует рассматривать в пространственных, а не в плоских координатах.

Зубчатое колесо представляет собой замкнутую систему зубьев. Так как зубчатые колеса – звенья, то зубья – элементы высшей кинематической пары. Поэтому многопарный контакт между зубчатыми колесами является контактом между элементами одной кинематической пары. Пассивные или избыточные связи, возникающие в этом контакте, относятся к внутренним связям кинематической пары и в структурном анализе на уровне звеньев не учитываются.

Волновые передачи со стальными колесами применяют в основном при передаточном значении от 80 до 360 ( $u = 80 \dots 360$ ). Превышение верхнего предела передаточного отношения может приводить к проворачиванию генератора или проскоку зубьев колес ( $u > 360$ ). Нижний предел передаточного отношения ограничен начальными деформациями и напряжениями в гибком колесе ( $u < 80$ ). Превышение предельных деформаций приводит к появлению трещин и разрушению гибкого колеса. Нижний предел передаточного отношения может быть уменьшен путём изготовления колеса из пластмасс или путём других эластичных материалов.

### **3. Графическое построение положения зубьев в ненагруженной передаче**

При деформировании гибкого цилиндра происходит перекося образующих. Это приводит к перекося зубьев гибкого колеса относительно зубьев жесткого колеса. Зазоры (натяги) в зацеплении неодинаковы по длине зубьев, поэтому зацепление в волновых передачах (при деформировании гибкого цилиндра по одному торцу) следует рассматривать в пространственных, а не в плоских координатах.



Вначале рассмотрим зацепление в одной плоскости, а затем учтем влияние перекоса.

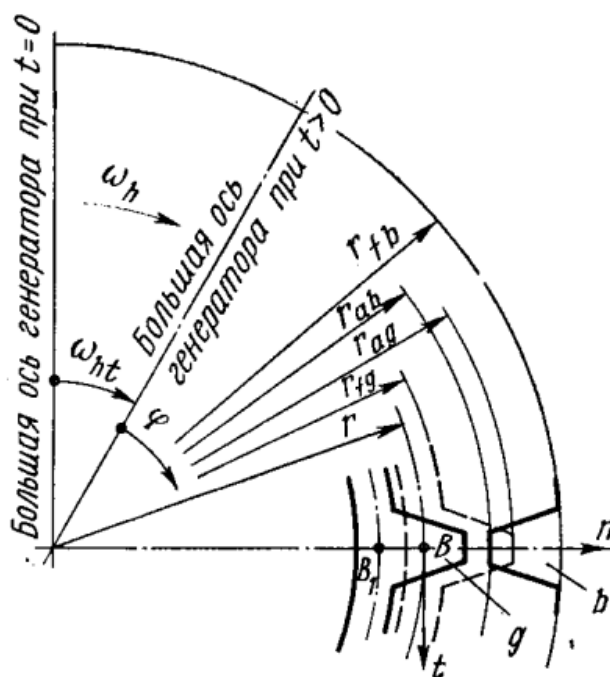


Рисунок 9 – Взаимное положение зубьев жесткого  $b$  и гибкого  $g$  колес двухволновой передачи на малой оси в момент времени  $t = 0$

На (рис. 9) контурной линией изображено взаимное положение зубьев жесткого  $b$  и гибкого  $g$  колес двухволновой передачи на малой оси в момент времени  $t=0$ . Штриховой линией изображено условное положение зуба недеформированного гибкого колеса. На рисунке  $r$  – радиус срединной линии обода гибкого колеса; начало осей координат  $n-t$  расположено в точке  $B$  пересечения общей оси симметрии зубьев со срединной линией;  $r_{ag}$ ,  $r_{ab}$  – радиусы окружности вершин зубьев;  $r_{fg}$ ,  $r_{fb}$  – радиусы окружностей впадин зубьев.

Начальное положение зуба колеса  $b$  в осях координат  $n-t$  определяем по двум точкам, взятым на оси симметрии и соответствующим окружностям вершин и впадин

Координаты по оси  $n$

$$\begin{cases} \omega_{ab} = r_{ab} \cos(2\pi / z_b) \psi - r, \\ \omega_{fb} = r_{fb} \cos(2\pi / z_b) \psi - r. \end{cases} \quad (4)$$

По оси  $t$

$$\begin{cases} U_{ab} = -r_{ab}(2\pi / z_b)\psi, \\ U_{fb} = -r_{fb}(2\pi / z_b)\psi, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\psi$  – параметр, зависящий от коэффициента разности чисел зубьев  $K_z$

Положение зуба  $q$  изменяется при повороте генератора. Это положение определяем по координатам двух точек, взятых на оси симметрии зуба и соответствующих окружностям вершин и впадин.

Текущее положение большой оси генератора относительно зуба  $q$  (при времени  $t > 0$ ) определяет угол

$$\varphi = \pi / 2 - \omega_h t.$$

При этом координаты по оси  $n$

$$\begin{cases} \omega_{ag} = (r_{ag} + \omega) \cos \varphi_b - r - \omega_b, \\ \omega_{fg} = (r_{fg} + \omega) \cos \varphi_b - r - \omega_b. \end{cases} \quad (6)$$

По оси  $t$

$$\begin{cases} U_{ag} = U + (r_{ag} - r)\theta - (r_{ag} + \omega)\varphi_b - U_b, \\ U_{fg} = U + (r_{fg} - r)\theta - (r_{fg} + \omega)\varphi_b - U_b. \end{cases} \quad (7)$$

где  $\omega, U$  – радиальные и окружные перемещения точки  $B$  в зависимости от угла  $\varphi$ ;  $\theta$  – угол поворота нормали;  $\varphi_b$  – угол относительного поворота колес. при повороте генератора;  $\omega_b$  и  $U_b$  – радиальные и окружные перемещения деформированного жесткого колеса

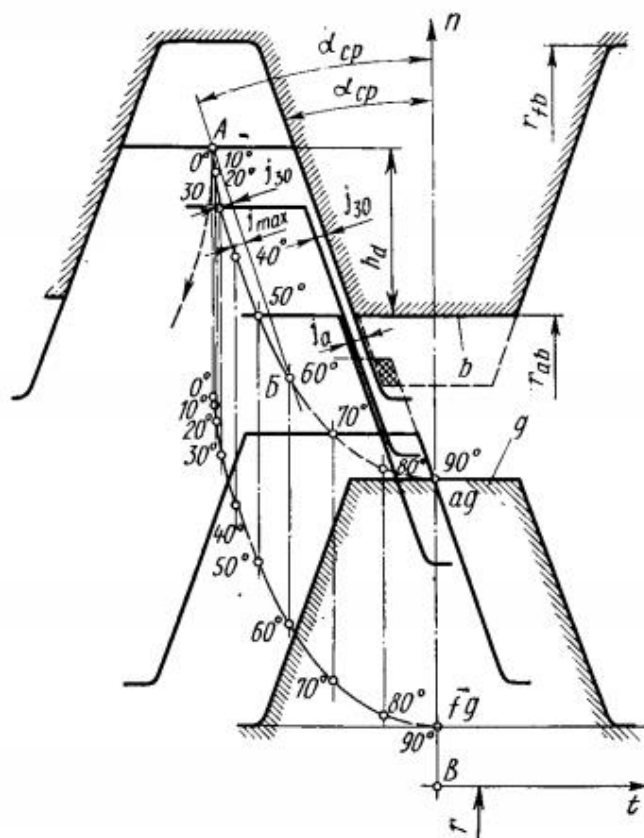


Рисунок 10 – График расчёта координат зубьев

Расчет координат зубьев следует выполнять с точностью не менее чем до пятого знака после запятой, а построение графика взаимного положения зубьев – в масштабе увеличения, например 100:1. Пример графика изображен на (рис. 10).

На графике две тонкие линии изображают траектории движения точек  $ag$ ,  $fg$  соответствующих вершинам и впадинам зубьев гибкого колеса. Между ними проведены линии осей симметрии зуба. На каждой из этих осей строят профиль зуба, например, через каждые  $10^0$  угла  $\varphi$ . Траектории движения зубьев при выходе из зацепления располагаются симметрично (при симметричной форме деформирования).

Для построения траектории зуба на дуге выхода из зацепления по формулам (4)...(8) ось координат  $n$  следует перенести на ось симметрии предыдущего зуба жесткого колеса (на шаг), а угол  $\varphi$  по-прежнему считать положительным и изменяющимся от нуля до  $\pi/2$ .

Из графика видно, что при эвольвентном профиле зубьев без учета влияния нагрузки передачи в одновременном зацеплении находится лишь небольшая часть зубьев в зоне большой оси генератора ( $\varphi = 0$ ). На остальной

части траектории между зубьями существует зазор  $j$ . При сравнительно высокой податливости гибкого колеса небольшие зазоры под нагрузкой устраняются. Деформирование под нагрузкой сопровождается дополнительными напряжениями в гибком колесе. Поэтому большие зазоры  $j$  нежелательны. Нетрудно установить, что размер  $j$  равен расстоянию между траекторией  $ag$  и секущей прямой  $AB$ , проведенной из точки  $\varphi = 0$  параллельно линии профиля зуба колеса  $b$ . Ниже точки  $B$  секущая прямая располагается левее траектории; здесь вместо зазора образуется натяг или интерференция зубьев при входе в зацепление. Интерференция не допускается. Кроме угла профиля зуба и положение начала интерференции зависит от высоты зубьев. Например, при высоте зубьев, изображенных на (рис.4.2) контурными линиями, интерференции нет. При увеличенной высоте зубьев (штриховые линии) наблюдается интерференция (пересечение головок зубьев заштриховано). Размер зазоров  $j$  и положение точки интерференции  $B$  зависят также от формы траектории, которая, в свою очередь, зависит от формы деформирования гибкого колеса.

График (см. рис. 10) используют для выбора основных параметров зацепления: угла профиля  $a$ , высоты зубьев, формы и размера деформирования гибкого колеса. Например, в начале построения графика, когда профиль зуба еще не определен, вычерчивают траектории и, задаваясь размером  $j_a$ , проводят секущую прямую  $AB$ . Полученный угол  $a_{cp}$  приближенно принимают за средний угол профиля зубьев. Для эвольвентного профиля по углу  $a_{cp}$  определяют коэффициент смещения инструмента при нарезании зубьев гибкого колеса.

$$x_g = (z_g / 2)(\cos \alpha / \cos \alpha_{cp} - 1). \quad (8)$$

Для жесткого колеса

$$x_b = x_g - (K_z m - \omega_{H0}) / (K_z m) - \Delta_x. \quad (9)$$

где  $\Delta_x$  – коэффициент сборочного натяга в зацеплении;  $\omega_{H0}$  – значение начального размера деформирования гибкого колеса, определяемого с учетом контактных деформаций и зазоров в размерной цепи кулачок — гибкое колесо.

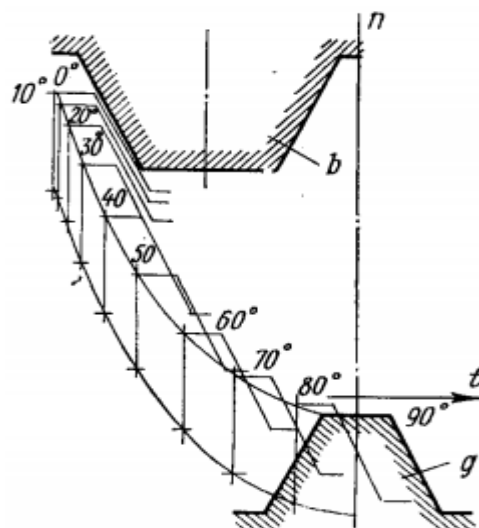


Рисунок 11 – График относительного движения зубьев при  $K_z = 2^*$

Коэффициент  $\Delta_x$  вводится для уменьшения люфта передачи, связанного с боковыми зазорами в зацеплении. Люфты образуются при выборе зазоров в размерной цепи кулачок – гибкое колесо под нагрузкой передачи.

После определения  $x_b, x_g$  на графике изображают профили зубьев. При этом толщину эвольвентных зубьев по дуге произвольного диаметра  $d_y$  подсчитывают по формуле

$$S_y = d_y \left[ \pi / (2z) \pm 2xtg\alpha / z \pm inv\alpha \pm inv\alpha_y \right], \quad (10)$$

где верхние знаки для наружных, а нижние для внутренних зубьев;  $\cos\alpha_y = d_b / d_y$  (определяют  $a_y$ );  $d_b = mz \cos\alpha$  – диаметр основной окружности;  $\alpha$  – угол профиля делительный;

$$\begin{cases} inv\alpha = tg\alpha - \alpha \\ inv\alpha_y = tg\alpha_y - \alpha_y \end{cases} \quad \text{– значения эвольвентных углов можно определить по}$$

таблице.

При выборе  $a_{cp}$  учитывают следующее:

- 1) зазор  $j_a$  при входе в зацепление должен быть достаточным для того, чтобы обеспечить отсутствие интерференции вершин зубьев под нагрузкой;
- 2) глубина захода зубьев  $h_d$  или высота зубьев должна гарантировать сохранение зацепления при деформировании звеньев передачи (гибкого колеса, генератора, жесткого колеса и др.) под нагрузкой;

3) расположение зоны зацепления должно предусматривать уменьшение скольжения.

На (рис. 11) изображен график относительного движения зубьев (при  $K_z = 2^*$ ). При таком значении  $K_z$  числа зубьев гибкого и жесткого колес увеличиваются в два раза, а передаточное отношение, размер деформирования  $\omega_{H0}$  и диаметры колес остаются такими же, как и при  $K_z = 1$ .

За четверть оборота генератора при  $K_z = 1$  относительное перемещение зубьев в окружном направлении равно половине шага (см. рис. 10). При  $K_z = 2$  оно равно шагу (новому шагу, соответствующему увеличенному числу зубьев). В соответствии с этим на графике (рис. 11.) изменено начальное относительное положение зубьев на малой оси генератора (ось  $n$ ). Здесь зуб жесткого колеса смещен против вращения генератора на половину шага. При  $K_z = 3$  начальное смещение равно шагу и т. д. Изменение начальных координат зубьев жесткого колеса учитывается в формулах (2) параметром  $\psi$ .

Сравнивая графики на (рис. 10 и 11), отметим, что увеличение  $K_z$  приводит к уменьшению угла  $\varphi_a$ , соответствующего началу захода зубьев гибкого колеса во впадину жесткого. Это является следствием уменьшения высоты зубьев при уменьшении модуля.

Уменьшение угла  $\varphi_a$  не свидетельствует о пропорциональном уменьшении числа зубьев в зацеплении, так как одновременно увеличиваются числа зубьев колес. Зона зацепления сдвигается к большой оси генератора, где меньше скорости скольжения. Уменьшается глубина захода зубьев (в линейных единицах, например, в мм), что допустимо только в определенных пределах.

#### 4. Расчет зазоров между зубьями в ненагруженной передаче

Процесс зацепления зубьев волновой передачи изменяется зависимости от нагрузки, вызывающей деформирование ее элементов. Для того чтобы проследить эти изменения и проще объяснить этот сложный процесс, вначале рассмотрим зацепление в ненагруженной передаче, а затем введем соответствующие поправки.

При деформировании гибкого цилиндра происходит перекося образующих, что приводит к перекося зубьев гибкого колеса относительно зубьев жесткого колеса. Зазоры (натяги) в зацеплении неодинаковы по длине зубьев, поэтому зацепление в волновых передачах (при деформировании

## Зазор у вершин зуба гнбкого колеса



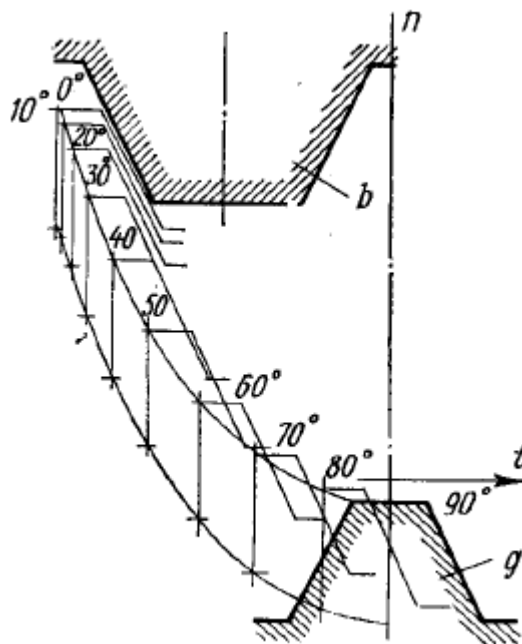


Рисунок 13 – График относительного движения зубьев

$$j_{ag} = [|\mathbf{v}_{ag}| - (S_{ag} + S_{yb}) / 2] \cos \alpha_y, \quad (11)$$

У вершин зуба жесткого колеса

$$j_{ab} = [|\mathbf{v}_{yg}| - (S_{ab} + S_{yg}) / 2] \cos \alpha_y, \quad (12)$$

Где модули  $\mathbf{v}_{ag}$  и  $\mathbf{v}_{yg}$  определяются по формулам

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{ag} = \mathbf{v} + (r_{ag} - r)\theta - (r_{ag} + \omega)\varphi_b - \mathbf{v}_b, \\ \mathbf{v}_{fg} = \mathbf{v} + (r_{fg} - r)\theta - (r_{fg} + \omega)\varphi_b - \mathbf{v}_b. \end{cases} \quad (13)$$

где  $\omega$  и  $\mathbf{v}$  – радиальные и окружные перемещения в зависимости от угла  $\varphi$ ,  $\varphi_b$  – угол относительного поворота колес при повороте генератора;  $\omega_b, \mathbf{v}_b$  – радиальные и окружные перемещения деформации жесткого колеса,  $r_{ag}, r_{ab}$  – радиусы окружности вершин зубьев,  $r_{fg}, r_{fb}$  – радиусы окружности впадин зубьев,  $r$  – радиус срединной линии обода гибкого колеса.

$\mathbf{v}_{yg}$  можно определить по формуле



$$v_{yg} = v + (r_{yg} - r)\theta - (r_{yg} + \omega)\varphi_b,$$

Как утверждает [1], расчеты показали, что зазоры по кромке зуба гибкого колеса несколько меньше зазоров зуба жесткого колеса. Поэтому на практике достаточно проводить расчеты зазоров только по кромке зуба гибкого колеса.

Для расчета зазоров на дуге выхода из зацепления:

$$\begin{cases} j_{ag} = [(r + \omega_{ag})2\pi / z_b - |v_{ag}| - (S_{ag} + S_{yb}) / 2] \cos \alpha_y, \\ j_{ab} = [(r + \omega_{ag})2\pi / z_b - |v_{yg}| - (S_{ab} + S_{yg}) / 2] \cos \alpha_y. \end{cases} \quad (14)$$

где  $\varphi = 0 \dots \pi / 2$ .

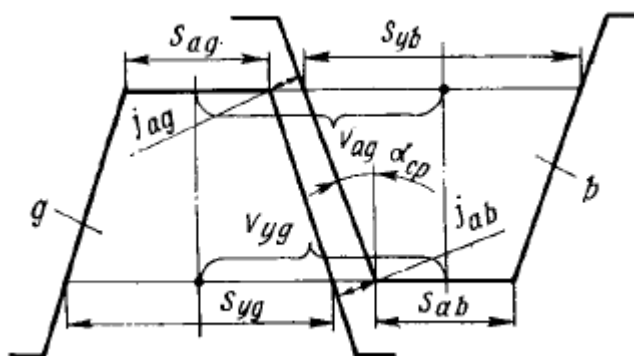


Рисунок 14 – Взаимное положение зубьев гибкого  $g$  и жесткого  $b$  колес в некоторой фазе зацепления

## 5. Учет перекоса зубьев

Перекос зубьев изменяет размер зазоров по длине зубьев. Он связан с поворотом образующих гибкого колеса, выполненного в виде цилиндра, у которого на одном конце образован зубчатый венец, а другой конец соединен с валом или корпусом (рис. 15)



Рисунок 15 – Поворот образующих гибкого колеса с валом или корпусом

На рисунке штриховые линии относятся к срединной поверхности цилиндра до его деформирования, сплошные линии к той же поверхности после деформирования, жирные линии соответствуют линиям зубьев до и после деформирования. Некоторая образующая, расположенная под углом  $\varphi$ , занимает положение  $cc_1$  до деформирования и  $cc_2$  после деформирования. Новое положение образующая получила в результате окружного  $u$  и радиального  $\omega$  перемещений ее левого конца. Этим перемещениям соответствуют углы поворота образующих

в окружном направлении

$$\lambda_u = u / l_1. \quad (15)$$

в радиальном направлении

$$\lambda_\omega = \omega / l_1, \quad (16)$$

где  $u, \omega$  – перемещения в расчетном сечении;  $l_1$  – расстояние расчетного сечения от конца цилиндра, соединенного с валом (корпусом).

На (рис. 16, а, б, в) изображены возможные положения генератора относительно зубчатого венца в осевом направлении, а на (рис. 16, г, д, е) – различные положения плоскости контакта генератора и зубчатого венца в зависимости от угла  $\varphi$  при цилиндрической наружной поверхности кольца подшипника генератора. На (рис. 16 ж, з)

изображены возможные формы кольца генератора: сферическая и со скосами краев.

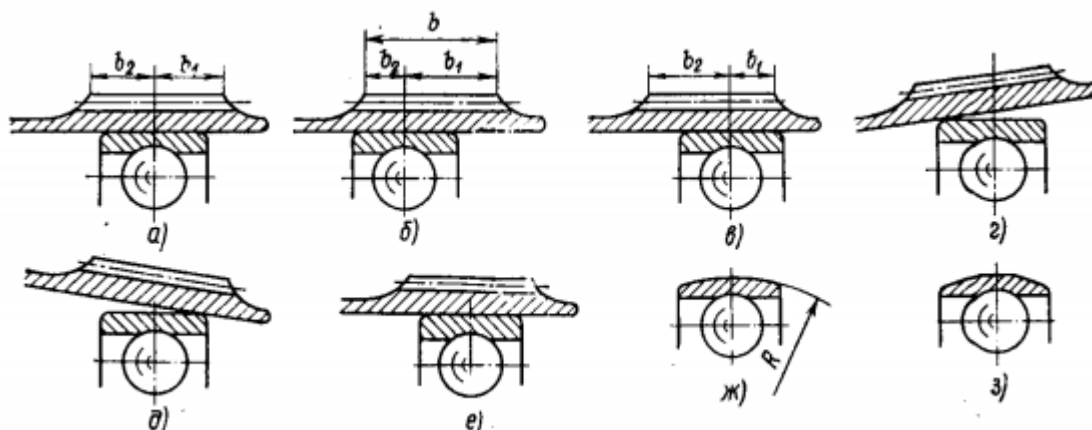


Рисунок 16 – Возможные положения генератора

Если образующая не искривляется, то у большой оси генератора ( $\varphi = 0$ ) контакт осуществляется по задней кромке кольца подшипника (рис. 16, з). Здесь  $\omega = \omega_0$ . У малой оси генератора ( $\varphi = 90^\circ$ ) контакт осуществляется по передней кромке кольца (рис. 16, д). Здесь  $\omega = -\omega_0^*$  \*). При  $\varphi \approx 45^\circ$   $\omega = 0$  и контакт происходит по плоскости кольца (рис. 16, е). Наличие контакта по кромкам подтверждается тем, что на практике наблюдается приработка именно в этих местах. На кромках образуются светлые полосы в результате сглаживания шероховатости поверхности, тогда как средняя часть кольца остается матовой.

Таким образом место контакта, а следовательно, и положение расчетной плоскости, меняется в зависимости от угла  $\varphi$  в случае, если кольцо подшипника цилиндрическое. При сферическом кольце или кольце со скосами (см. рис. 16, ж, з) расчетная плоскость всегда располагается вблизи середины кольца.

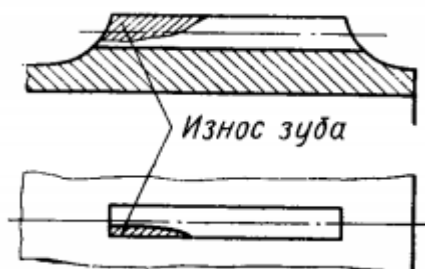


Рисунок 17 – Утрированное изображение перегиба зубчатого венца к плоскости гибкого подшипника генератора

Зубчатый венец подобен кольцу, толщина которого больше толщины цилиндра. Поэтому в зоне перехода кольца к цилиндру наблюдается некоторый перегиб образующих. Этому перегибу способствуют силы в зацеплении, прижимающие зубчатый венец к плоскости гибкого подшипника генератора. Силы в зацеплении сосредоточены у большой оси генератора, где контакт осуществляется по задней кромке кольца подшипника (рис. 16, з). Эти силы изгибают кольцо подшипника. В результате может быть случай, утрированное изображение которого дано на (рис. 17).

Имеющиеся косвенные наблюдения подтверждают наличие перекоса и его существенное влияние. К этим наблюдениям относятся:

- а) уже упомянутые полосы приработки по краям наружного кольца гибкого подшипника;
- б) интерференция и связанный с ней износ вершин зубьев, наблюдаемый в основном на задних кромках зубчатого венца (рис. 18);
- в) результаты замеров нагрузки на зубья по переднему (контурная линия) и заднему (штриховая линия на рис. 19) торцам.

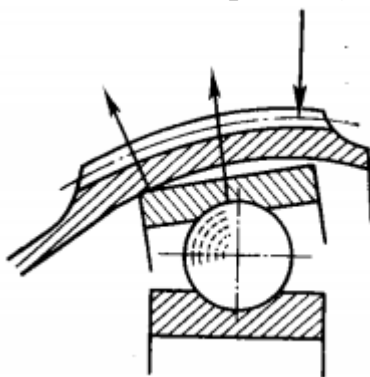


Рисунок 18 – Износ вершин зубьев

Влияние многих факторов, трудно поддающихся учету, позволяет на данном этапе предложить только приближенный расчет перекоса зубьев. В этом приближенном расчете принимаем, что:

- а) образующие остаются прямыми,
- б) расчетная плоскость совпадает со средней плоскостью генератора (проходит через центры шариков кулачкового генератора). При этом, используя формулы (15) и (16), нетрудно определить влияние перекоса на изменение зазоров в зацеплении.

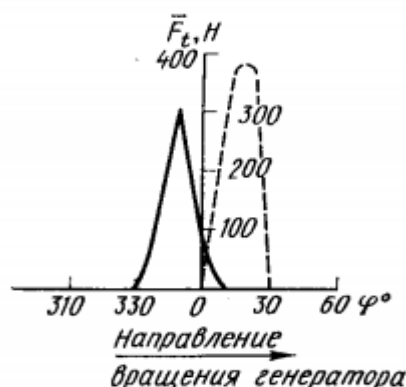


Рисунок 19 – Результаты замеров нагрузки на зубья по переднему (контурная) линия и заднему (штриховая линия) торцам

С  $\lambda_v$  связан поворот зубьев гибкого колеса 1 во впадинах жесткого колеса 2 в окружном направлении, (рис. 20, а). На рисунке изображено сечение зубьев некоторой цилиндрической поверхностью на дуге входа в зацепление. Положение зуба гибкого колеса до перекоса показано штриховыми линиями.

На дуге входа в зацепление рабочие стороны зубьев сближаются у задних и расходятся у передних торцов. Приращение зазоров:

по переднему торсу

$$j_{v1} = -\lambda_v b_1 \cos \alpha_{cp} = -(b_1 / l_1) v \cos \alpha_{cp}. \quad (17)$$

по заднему торсу

$$j_{v2} = -\lambda_v b_2 \cos \alpha_{cp} = -(b_2 / l_1) v \cos \alpha_{cp}. \quad (18)$$

где умножение на  $\cos \alpha_{cp}$  переводит зазор в окружном направлении в зазор по нормали к поверхности зуба.

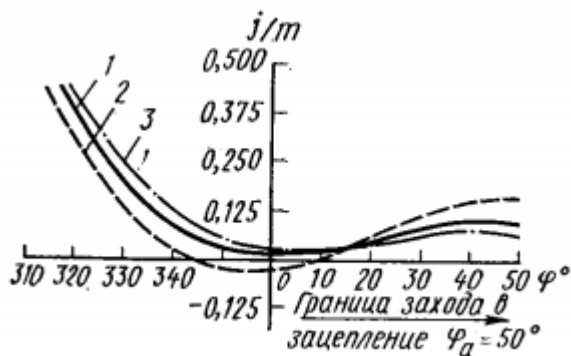


Рисунок 20 – Глубина захода зубьев по переднему и заднему торцам

С  $\lambda_{\omega}$  связана различная глубина захода зубьев по переднему и заднему торцам (рис. 20, б). При  $0 < \varphi \leq 45^{\circ}$  глубина захода по переднему торцу больше.

Приращение зазоров  
по переднему торцу

$$j_{\omega 1} = -\lambda_{\omega} b_1 \sin \alpha_{cp} = -(b_1 / l_1) \omega \sin \alpha_{cp}. \quad (19)$$

по заднему торцу

$$j_{\omega 2} = -\lambda_{\omega} b_2 \sin \alpha_{cp} = (b_2 / l_2) \omega \sin \alpha_{cp}. \quad (20)$$

Суммарное приращение зазоров по торцам

$$\begin{cases} j_{v\omega 1} = -(b_1 / l_1)(v \cos \alpha_{cp} + \omega \sin \alpha_{cp}), \\ j_{v\omega 2} = (b_2 / l_1)(v \cos \alpha_{cp} + \omega \sin \alpha_{cp}), \end{cases} \quad (21)$$

где перемещения  $v, \omega$  принимают со своими знаками, индекс  $1$  относится к переднему, а индекс  $2$  – к заднему торцам, значения  $b_1, b_2$  определяют по фактической длине перекрытия зубьев.

Пример графика зазоров в ненагруженной передаче изображен на (рис. 21)

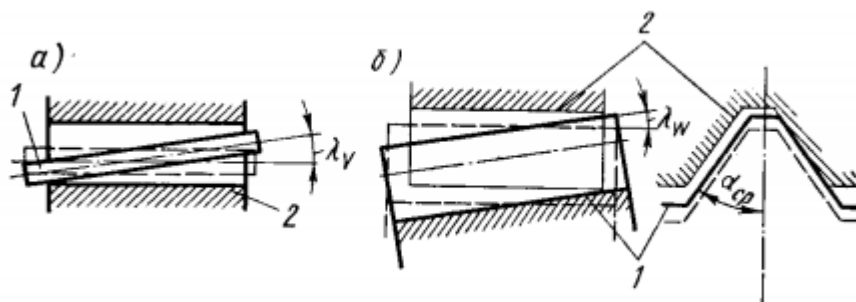


Рисунок 21 – График зазоров в ненагруженной передаче

На (рис. 21) кривая 1 относится к зазорам в расчетном сечении, кривая 2 – к зазорам по переднему торцу, кривая 3 – к зазорам по заднему торцу.

В качестве границы захода в зацепление условно принято начало захода зубьев гибкого колеса во впадины жесткого. Эту границу можно определить по графику относительного положения зубьев (см. рис. 10) или аналитически, используя формулы координат зубьев (4) и (6). На границе захода в зацепление радиальные координаты вершин зубьев равны  $\omega_{ag} = \omega_{ab}$ . С учетом формул (4) и (6) получаем

$$\omega = r_{ab} [\cos(2\pi / z_b) \psi / \cos \varphi_b] - r_{ag}. \quad (22)$$

Вследствие малости углов с достаточной для практических расчетов точностью принимаем косинусы равными единице и находим

$$\omega \approx r_{ab} - r_{ag}. \quad (23)$$

Глубина захода  $h_d = (\omega_{ag})_{\varphi=0} - \omega_{ab}$ . После подстановки и преобразований получим

$$h_d = \omega_0 + (r_{ag} - r_{ab}). \quad (24)$$

Анализируя график (см. рис. 21), отметим, что в начале захода в зацепление зазоры меньше на заднем торце, а в зоне большой оси генератора – на переднем торце. Здесь зазор на переднем торце становится отрицательным, что свидетельствует о натяге (интерференции) в зацеплении. Обычно небольшой натяг перекрывается допусками на боковые зазоры. В начале захода в зацепление зубья работают задней стороной, а в зоне большой оси передней стороной. Зазоры уменьшаются от границы захода в зацепление к большой оси генератора. При  $\varphi \approx 15^\circ$  зазоры равны по всей длине зубьев. Здесь нет перекоса зубьев. С позиций устранения вредного влияния перекосов зубьев нецелесообразно распространять зону зацепления далее  $\varphi \approx 20...30^\circ$ . При этом уменьшение числа зубьев в одновременном зацеплении можно компенсировать некоторым увеличением длины зубьев. Зацепление распространяется за большую ось генератора примерно на  $15...20^\circ$ . Здесь зубья продолжают работать передней стороной.

Относительное положение зубьев в нагруженной передаче изменяется от закручивания гибкого колеса, изменения формы деформирования гибкого колеса, растяжения гибкого колеса, прогиба зубьев, деформирования жесткого колеса.

## 6. Перекос зубьев от закручивания гибкого колеса

Кручение равномерно по всей окружности гибкого колеса, а конструкция гибкого колеса подобна изображенной на (рис. 4.5). Полагаем также, что образующие гибкого колеса при кручении остаются прямыми, а прямолинейность образующих распространяется и на зубчатый венец.

Для относительного положения зубьев имеют значение не окружные перемещения точек при кручении, поскольку они одинаковы по всей окружности, а угол поворота образующих, который обозначим  $\lambda_{kp}$ . При этом

$$\lambda_{kp} = T_2 r / (G I_p), \quad (25)$$

где  $T_2$  – крутящий момент на тихоходном валу;  $r$  – радиус срединной поверхности;  $G$  – модуль упругости второго рода;  $I_p = 2\pi r^3 S_1$  – полярный момент инерции;  $S_1$  – толщины зубчатого венца.

Приращение зазора по переднему и заднему торцам зубьев

$$\begin{cases} j_{kp1} = T_2 b_1 / (2\pi G r^2 S_1), \\ j_{kp2} = -T_2 b_2 / (2\pi G r^2 S_1). \end{cases} \quad (26)$$

## 7. Профиль зубьев

### 7.1 Эвольвентные зубья с узкой впадиной.

Этим термином назовем зубья, у которых ширина впадины по окружности впадин существенно меньше толщины зубьев. К зубьям с узкой впадиной относятся зубья простых передач и эвольвентных зубчатых соединений. Эвольвентные зубья с узкой впадиной применяли в первых конструкциях волновых передач и широко используют в настоящее время. Это объясняется известными технологическими преимуществами эвольвентного профиля, возможностью применения существующего стандартного



инструмента, а также и тем, что эти зубья способны обеспечить под нагрузкой достаточно высокую многопарность зацепления. Для нарезания эвольвентных зубьев с узкой впадиной используют инструмент с углом исходного контура  $20^\circ$  или  $30^\circ$ .

При  $20^\circ$  – градусном исходном контуре зубьев отсутствие интерференции вершин зубьев можно обеспечить только путем уменьшения высоты зубьев по сравнению со стандартной на котором срезанные части вершин зубьев изображены штриховыми линиями. Угол  $\alpha_{cp}$  изменяют путем нарезания зубьев со смещением. При нарезании инструментом с  $20^\circ$  – градусным исходным контуром (ГОСТ 13755—68) путем смещения можно получить  $\alpha_{cp}$  до  $25...26^\circ$ , высоту зубьев — до  $2m$ , глубину захода — до  $1,6m$ . При этом допускают смещение исходного контура до  $(5...7)m$ .

Инструмент с  $30^\circ$  – градусным исходным контуром и коэффициентом высоты головки зуба  $h_a^* = 0,8$  позволяет нарезать зубья полного стандартного профиля. Он обеспечивает достаточные зазоры на входе без смещения или с малыми смещениями инструмента. Однако при этом уменьшается число зубьев в одновременном зацеплении, а также увеличиваются нагрузки на генератор. Увеличение нагрузки на генератор можно оценить приближенно отношением радиальных составляющих сил в зацеплении, равном отношению  $\operatorname{tg} 30^\circ / \operatorname{tg} 20^\circ \approx 1,6$ .

С позиций оптимизации зацепления волновых передач с зубьями с узкими впадинами целесообразно применять исходный контур с  $\alpha = 25^\circ$  и  $h_a^* = 0,8$ . Однако такой инструмент пока не изготавливают.

## 7.2 Эвольвентные зубья с широкой впадиной

Исследования прочности гибкого зубчатого колеса показали, что напряжения в его ободке существенно уменьшаются с увеличением ширины впадины по окружности впадин. В связи с этим предложены различные модификации эвольвентных зубьев, ширина впадины которых по окружности впадин близка или больше толщины зубьев.

На (рис. 22) удаленные зубья изображены штриховыми линиями. При зацеплении в одной впадине гибкого колеса располагаются два зуба жесткого колеса. Эти два зуба по своему функциональному назначению подобны одному толстому зубу. График зацепления здесь такой же, как у зубьев с узкой впадиной (рис. 12). Только число зубьев в одновременном зацеплении

уменьшается в два раза. Это является одним из недостатков зацепления с удаленными зубьями. Второй недостаток связан с технологическими трудностями при удалении зубьев или же с необходимостью изготавливать специальный инструмент.

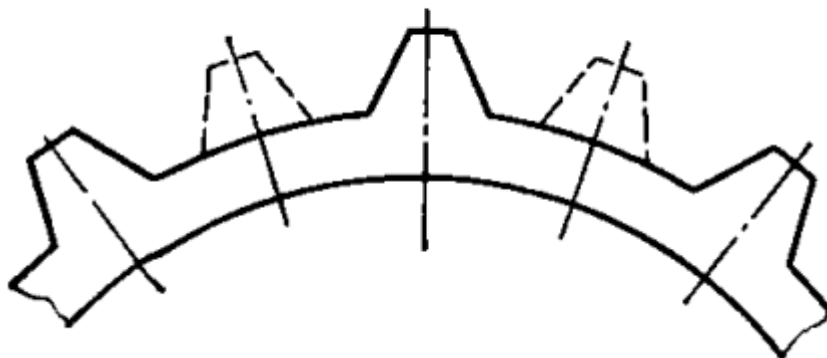


Рисунок 22 – Зацепление зубьев гибкого и жесткого колес

Широкую впадину можно получить и без удаления зубьев. Для этого предположим, что на (рис. 12) изображены зубья, нарезанные без смещения и мы можем различать делительные головки и ножку зуба, что удобно для дальнейших рассуждений. Для устранения интерференции потребовалось уменьшить высоту зубьев гибкого и жесткого колес (удаленные участки головок зубьев изображены штриховыми линиями). Кроме того, можно отметить увеличение радиальных зазоров в зацеплении. Это значит, что одновременно с уменьшением высоты головок можно уменьшить и высоту ножек зубьев, если применить специальный инструмент. Нетрудно понять, что интерференцию можно устранить, уменьшая высоту только одного, а не обоих зубьев. При этом размер уменьшения высоты одного зуба должен равняться сумме размеров уменьшения высот двух зубьев. Для получения желаемых широких впадин на гибком колесе целесообразно устранять интерференцию путем уменьшения высоты головки зуба только жесткого колеса, а широкую впадину получать путем соответствующего уменьшения высоты ножки зуба гибкого колеса (рис. 23), где удаленные части зубьев условно изображены штриховыми линиями.

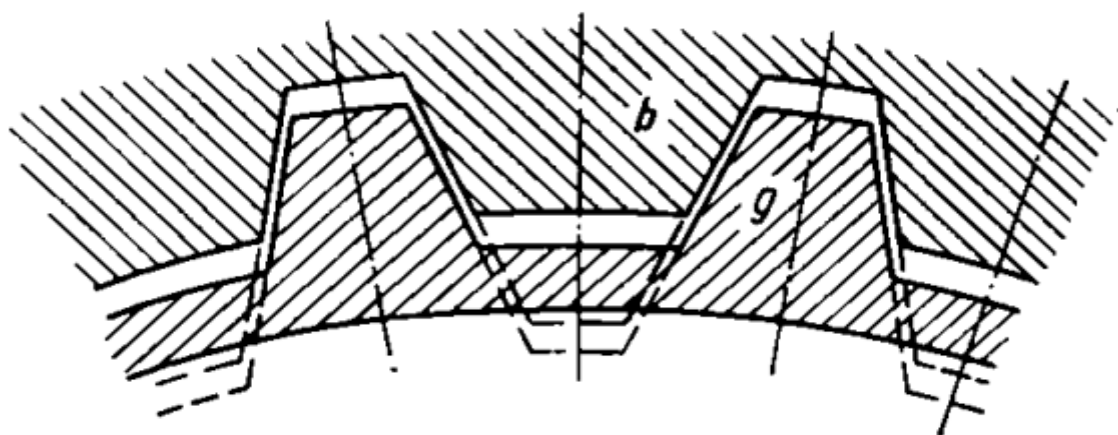


Рисунок 23 – Удаленные зубья

В передачах с таким профилем зубьев зубья гибкого колеса имеют преимущественно головки, а зубья жесткого колеса – преимущественно ножки. Так же, как и в предыдущих вариантах зацеплений, минимальная высота зубьев  $h$  или минимальная глубина захода  $h_d$  ограничивается возможностью проскока (буксовки) генератора при перегрузках. Исследования показали, что при кулачковом генераторе вполне допустимо уменьшение высоты зубьев на модуль. При этом  $h_d = m$ , зубья гибкого колеса имеют только головки, а жесткого – только ножки.

Зубья жесткого колеса можно нарезать стандартным инструментом для простых передач. Для нарезания гибкого колеса требуется модифицированный инструмент, который отличается от стандартного для простых зубьев только высотой головки зуба. Высоту головок зубьев инструмента уменьшают на тот же размер, что и высоту зубьев нарезаемого колеса.

График относительного положения зубьев с широкой впадиной в ненагруженной передаче изображен на (рис. 24). Параметры зацепления близки к тем, для которых был построен график (рис. 12) с узкими впадинами зубьев. Сопоставляя графики, можно отметить следующее. Начало захода зубьев на (рис. 24) сместилось в сторону большой оси генератора примерно на  $20^\circ$  по сравнению с (рис. 12). В связи с этим уменьшилось возможное число зубьев в одновременном зацеплении под нагрузкой. Однако дуга зацепления все же остается вполне достаточной для передачи нагрузки. Положительно то, что уменьшение возможной дуги зацепления происходит вследствие сокращения зоны с повышенным скольжением. Сравнивая зацепления зубьев с широкой впадиной по (рис. 22) и (рис. 24), отметим, что удаление зубьев приводит к двукратному уменьшению числа зубьев в одновременном

зацеплении. Ширина впадины без удаления зубьев меньше, чем при удалении зубьев, но различие в эффективности влияния того и другого зацепления на прочность гибкого колеса не столь существенно.

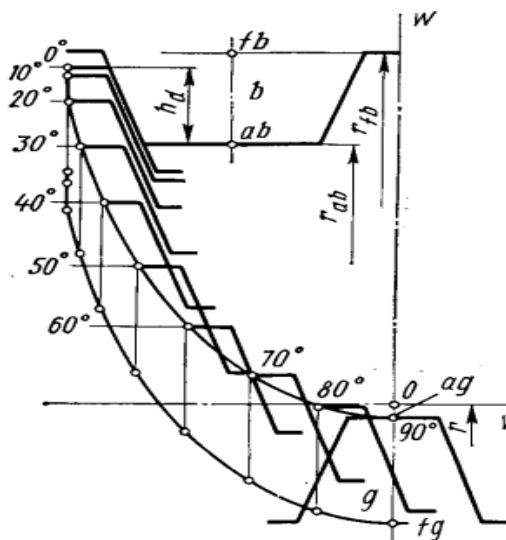


Рисунок 24 – График относительного положения зубьев с широкой впадиной в ненагруженной передаче

Все рассмотренные эвольвентные профили не обеспечивают одновременного зацепления большого числа зубьев без дополнительного деформирования системы под нагрузкой. Кроме того, в зацеплении эвольвентных зубьев преобладает кромочный контакт (рис. 26). График боковых зазоров  $j$ , изображенный на этом рисунке, получен путем фотографирования передних торцов зубьев колес, лежащих в одной плоскости, с последующим проецированием на экран при 200 – кратном увеличении. Зазоры фотографировались в определенных местах зоны зацепления при статическом нагружении передачи моментом  $0...1800 \text{ Н} \cdot \text{м}$  (номинальный момент  $800 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ).

Замеры показывают, что зазоры у вершин зубьев гибкого колеса всегда меньше зазоров у вершин зубьев жесткого колеса. Это свидетельствует о кромочном контакте зубьев. Небольшие зазоры на графике при  $\varphi = 0$  являются фактически не зазорами, а видимой линией стыка. Вследствие шероховатости и загрязнения боковых поверхностей зубьев, а также неизбежного притупления кромок стык просматривается даже при больших давлениях. В данном случае производились измерения передач с модулем зубьев, равным  $0,8 \text{ мм}$ . При этом максимальный зазор (по графику) при  $\varphi = 0$  равен  $\sim 0,03 \text{ мм}$  что может быть соизмеримо с толщиной видимой линии стыка.

Кромотный контакт препятствует образованию режима жидкостного трения, что увеличивает потери в зацеплении. По этим соображениям желательно фланкирование эвольвентных зубьев. Отмеченные недостатки не препятствуют применению эвольвентного профиля зубьев. Они лишь свидетельствуют о том, что этот профиль зубьев не является оптимальным для волновых передач.

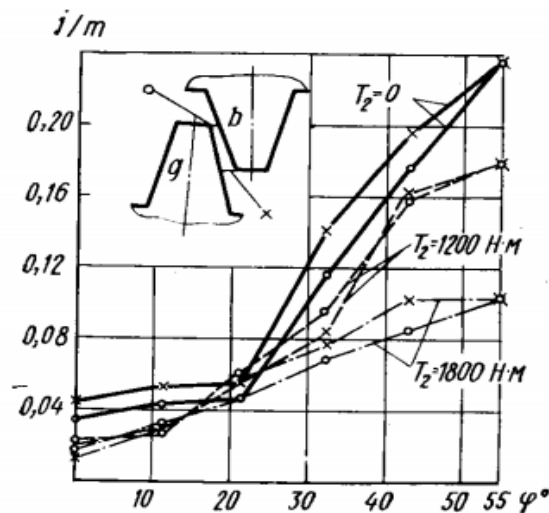


Рисунок 26 – График боковых зазоров

Рассчитаем геометрический расчет ВЗП для того, чтобы проверить его через метод конечных элементов (МЭК).

## 8. Геометрический расчет ВЗП

Предварительное число зубьев гибкого колеса

$K = 1$  – коэффициент кратности

$n_w = 2$  – двухволновая передача

$i_{en}$  – передаточное отношение

$$z'_2 = k \cdot n_w \cdot i_{en} = 2 \cdot 78 = 156 \quad (27)$$

Предварительное значение диаметра делительной окружности гибкого колеса:

$$d'_2 = 1.66 \cdot \sqrt[3]{T_2 \cdot 10^3} = 1.66 \cdot \sqrt[3]{24.25 \cdot 10^3} = 48.048 \text{ мм} \quad (28)$$

Предварительное значение модуля

$$m' = \frac{d'2}{z'2} = \frac{48.048}{156} = 0.308 \text{ мм} \quad (29)$$

Предварительное значение внутреннего диаметра гибкого колеса

$$D' = m' \cdot (z'2 + 3.4) = 49.096 \text{ мм} \quad (30)$$

### 8.1 Подбор гибкого подшипника

Выбираем гибкий подшипник

$$D = 2.26 \cdot (T_2)^{0.36} \cdot [(n_{\text{дв}} - n_{\text{вых}}) \cdot Lh]^{0.12} \quad (31)$$

$$2.26 \cdot (T_2)^{0.36} \cdot [(n_{\text{дв}} - n_{\text{вых}}) \cdot Lh]^{0.12} = 50.027$$

$$D' = 49.096 \text{ и } D = 50.027$$

$D' \leq D$  условие выполняется. Выбираем по таблице №1 подшипник 815, имеющий размеры  $D = 100 \text{ мм}$ ,  $d = 75 \text{ мм}$ ,  $B = 15 \text{ мм}$

$$D = 100 \text{ мм} \quad d = 75 \text{ мм}$$

### 8.2 Окончательный расчет параметров волновой передачи

Значение модуля

$$m = \frac{D}{z'2 + 3.4} = \frac{100}{156 + 3.4} = 0.627 \text{ мм} \quad (32)$$

Ближайшее стандартное значение  $m = 0.8 \text{ мм}$

Число зубьев гибкого колеса при принятых значениях  $D$  и  $m$

$$z_2 = \frac{D}{m} - 3.4 = \frac{100}{0.8} - 3.4 = 121.6 \quad (33)$$

$$z_2 = 122$$

Число зубьев жесткого колеса

$$z_1 = z_2 + k \cdot n_w = 122 + 2 = 124 \quad (34)$$

Передаточное отношение при окончательно принятых значениях чисел зубьев по формуле

$$i_{h2} = \frac{-z_2}{z_1 - z_2} = \frac{-122}{124 - 122} = -61 \quad (35)$$

Отклонение значение  $i_{h2}$  от заданного

$$\Delta i_{h2} = \frac{(i_{en} + i_{h2}) \cdot 100}{i_{en}} = \frac{(78 + (-61)) \cdot 100}{78} = 21.795\% \quad (36)$$

Так как мотор имеет регулировку скорости и максимальное число оборотов 3000 об/мин (при заданных 1150 об/мин), поэтому будем считать данное отклонение не существенным.

Определение коэффициентов смещения производящего контура

$$x_2 = 3 + 0.01 \cdot z_2 = 3 + 0.01 \cdot 122 = 4.22 \text{ – для гибкого колеса}$$

$K_w = 1.1$  – коэффициент радиальной деформации гибкого колеса

$$x_1 = x_2 - 1 + K_w \cdot (1 + 5 \cdot 10^{-5} \cdot K_w \cdot z_2) \quad (37)$$

$$5.96 - 1 + 1.1 \cdot (1 + 5 \cdot 10^{-5} \cdot 1.1 \cdot 296) = 6.078 \text{ – для жесткого колеса}$$

Диаметр окружности вершин зубьев гибкого колеса

$K_f = 0.4$  – коэффициент головки зуба гибкого колеса

$h_3 = 1.4$  – глубина захода

$d_2 = m \cdot z_2 = 97.6$  мм – диаметр делительной окружности

$$d_{a2} = d_2 + 2(x_2 + K_f) \cdot m = 97.6 + 2 \cdot (4.22 + 0.4) \cdot 0.8 = 104.992 \text{ мм} \quad (38)$$

Диаметр окружности впадин гибкого колеса

$h_{a0} = 1$  – коэффициент высоты головки производящего контура



$c = 0.25$  – коэффициент радиального зазора

$$d_{f2} = d_2 + 2(x_2 - h_{a0} - c) \cdot m = 97.6 + 2 \cdot 2.97 \cdot 0.8 = 102.352 \text{ мм} \quad (39)$$

Диаметр окружности вершин жесткого колеса

$d_1 = m \cdot z_1 = 99.2$  – диаметр делительной окружности

$$d_{a1} = d_1 + 2(x_1 - h_{a0}) \cdot m \quad (40)$$

$$99.2 + 2 \left[ 4.22 - 1 + 1.1 \cdot (1 + 5 \cdot 10^{-5} \cdot 1.1 \cdot 122) - 1 \right] \cdot 0.8 = 104.524 \text{ мм}$$

### 8.3 Генератор волн деформации

$$\varphi = 0, 0.01..2\pi$$

Корректирующие коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  для передаточного отношения

$$i_{en} = 60$$

$$k_1 = 0.942 \quad k_2 = 0.057$$

Профиль кулачка в полярной системе координат

$$P(\varphi) = 0.5 \cdot d + m \cdot Kw \cdot (k_1 \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - k_2 \cdot \cos(6 \cdot \varphi)) \quad (41)$$

### 8.4 Выбор материала для гибкого и жесткого колеса волновой передачи

Напряжения смятия на рабочих поверхностях зубьев

$$\psi_d = 0.15 \text{ – для силовых передач}$$

$$\sigma_{1cm} = 10 \text{ МПа}$$

Рабочая ширина зубчатого венца гибкого колеса

$$b = \psi_d \cdot d_2 = 0.15 \cdot 97.6 = 14.64 \text{ мм} \quad (42)$$

Рабочая ширина зубчатого венца жесткого колеса

$$b_h = b + 5 = 14.64 + 5 = 19.64 \text{ мм} \quad (43)$$



Окружная сила

$$F_t = \frac{2 \cdot T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 24.25}{97.6} = 0.497 \quad (44)$$

$$\sigma_{cm} = \frac{10 \cdot T_2}{b \cdot 10^{-3} \cdot (d_2 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{10 \cdot 24.25}{14.64 \cdot 10^{-3} \cdot (97.6 \cdot 10^{-3})^2} = 1.739 \cdot 10^6 \text{ Па} \quad (45)$$

Условие выполняется  $\sigma_{1cm} \geq \sigma_{cm}$

Материал:

Средне- и малонапряженные гибкие колеса можно изготавливать из более дешевых сталей типа 30ХМА, 30ХГСА.

Марка стали - 30ХГСА

$$\sigma_B = 1100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_T = 960 \text{ МПа}$$

$\sigma_1 = 830 \text{ МПа}$  – предел выносливости материала гибкого колеса при симметричном цикле изгиба

$\tau_1 = 280 \text{ МПа}$  – предел выносливости материала гибкого колеса при симметричном цикле кручения

$$\alpha_H = 40 \text{ Н} \times \frac{\text{М}}{\text{см}^2} \text{ – ударная вязкость}$$

### 8.5 Проверка коэффициента запаса по касательным напряжениям:

$R_\tau = -1$  – для реверсивной нагрузки

$$h_0 = 0.6 \cdot h = 0.6 \cdot 1.176 = 0.706 \text{ мм} \text{ – толщина стенки}$$

$$p_0 = 0.5 \cdot (D + h_0) = 0.5 \cdot (100 + 0.706) = 50.353 \text{ мм} \text{ – радиус кривизны срединной поверхности гибкого колеса}$$

$\varepsilon_T = 0.6$  – коэффициент, учитывающий диаметр колеса для  $d_H = 150 \text{ мм}$

Амплитуда циклов касательных напряжений

$$\tau_\alpha = \frac{0.1 \cdot (1 - R_\tau) \cdot T_2 \cdot 10^3}{h_0 \cdot p_0^2} = \frac{0.1 \cdot (1 + 1) \cdot 24.25 \cdot 10^3}{0.706 \cdot 50.353^2} = 2.711 \text{ МПа} \quad (46)$$

Среднее напряжение цикла касательных напряжений

$$\tau_m = \frac{(1 + R_\tau) \cdot \tau_\alpha}{1 - R_\tau} = \frac{(1 + (-1)) \cdot 2.711}{(1 + 1)} = 0 \quad (47)$$

Проверка коэффициента запаса по касательным напряжениям

$$S_\tau = \frac{\tau_1}{\frac{k_\tau \cdot \tau_\alpha}{\varepsilon_\tau \cdot \beta_\tau} + 0.2 \cdot \tau_m} = \frac{280}{\frac{1.59 \cdot 2.711}{0.6 \cdot 0.75} + 0.2 \cdot 0} = 29.231 \quad (48)$$

Условие выполняется  $S_\tau \geq [S_\tau]$

## 8.6 КПД передачи

$$\psi_{12} = 0.00137$$

$$\eta = \frac{1 - \psi_{12}}{1 + |i_{\text{вн}}| \cdot 0.00137} = \frac{1 - 1.37 \cdot 10^{-3}}{1 + |60| \cdot 1.37 \cdot 10^{-3}} = 0.923 \quad (49)$$

## 8.7 Уточненный проверочный расчет

Значения коэффициентов:

$k_\sigma = 2.8$  — эффективный коэффициент концентрации нормальных напряжений

$$k_\tau = 1.9$$

Коэффициент, учитывающий влияние шероховатости поверхности:

$$\beta = 0.9$$

Амплитуда цикла нормальных напряжений (для цилиндрической формы):

$$\sigma_v = \frac{T_2 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{d_{\text{вала}}^3}{32}} = \frac{24.25 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{25^3}{32}} = 15.809 \text{ МПа} \quad (50)$$

					БР – 15.03.03 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		38

Коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_1}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \cdot \beta} \cdot \sigma_v + 0} = \frac{350}{\frac{2.8}{0.9} \cdot 15.809 + 0} = 7.116 \quad (51)$$

Наибольшее напряжение в расчетном сечении вала от изгибающего момента

$$T_v = \frac{T_2 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{d_{\text{вала}}^3}{16}} = \frac{24.25 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{25^3}{16}} = 7.904 \text{ МПа} \quad (52)$$

Так как частый реверс, то полагаем  $\tau_v = \frac{T}{W_k}$ ;  $\tau_m = 0$

Коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям

$$S_{\tau} = \frac{\tau_1}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \cdot \beta} \cdot \tau_v + 0} = \frac{210}{\frac{1.9}{0.6 \cdot 0.9} \cdot 7.904 + 0} = 7.551 \quad (53)$$

Определим коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям

$$S = \frac{S_{\sigma} \cdot S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{7.116 \cdot 7.551}{\sqrt{7.116^2 + 7.551^2}} = 5.179 \quad (54)$$

Условие выполняется  $S \geq [2.5]$

Построим модель при помощи SolidWorks. В дальнейшем модель передадим в ANSYS.

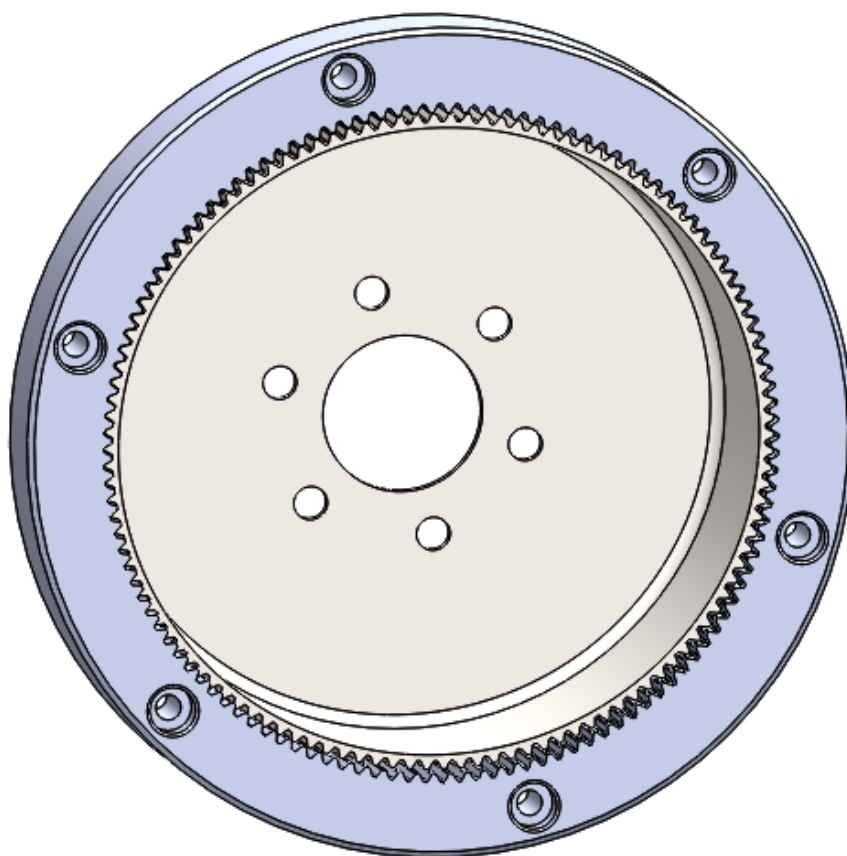


Рисунок 28 – 3D–модель ВЗП построенная в SolidWorks

Расчет напряжений и деформаций методом конечных элементов проведем в программном комплексе ANSYS с использованием модуля Workbench.

## 9. Расчет в ANSYS

В качестве исходных данных для расчета служат сведения о геометрии рассчитываемой конструкции, характеристики ее материала, а также значения прикладываемых к ней сил и нагрузок. Для проведения расчета мы на основании полученных данных строим трехмерную параметрическую модель конструкции, затем транслируем эту модель в ANSYS, разбиваем на конечные элементы и нагружаем заданными силами.

Для расчет методом конечных элементов требуется:

- 1) Построить 3D – модель в программном комплексе SolidWorks;
- 2) Перенести модель из SolidWorks в ANSYS и задать граничные условия;

- 3) Построить сетку элементов, указать действие крутящего момента, зафиксировать жесткое колесо, ограничить перемещения крутящего вала.
- 4) Определить деформации и напряжения возникающие от момента сопротивления волной передачи.

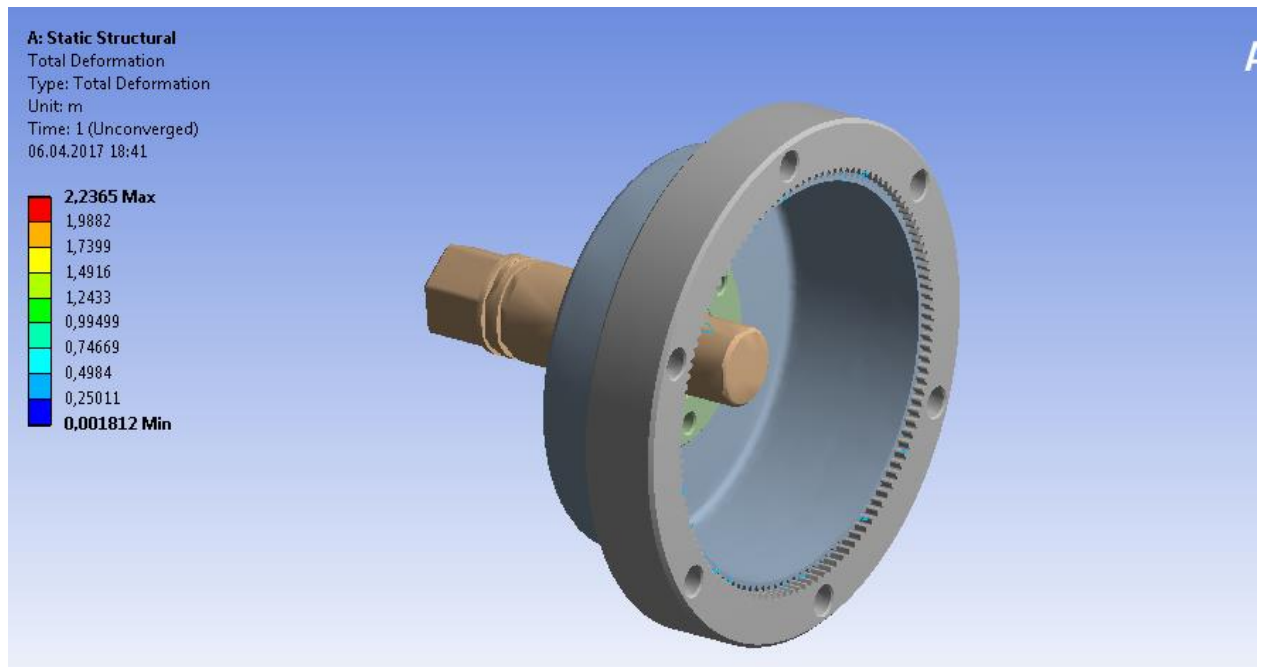


Рисунок 29 – 3D – модель зацепления гибкого и жестких колес (генератор быстроходный вал условно не показан)

## 9.1 Кинематический анализ

Характеристика модели:

Средне – и малонапряженные гибкие колеса можно изготавливать из более дешевых сталей типа 30ХМА, 30ХГСА.

Вал и жесткое колесо изготовлены из Сталь 45 ГОСТ 535-88

Начальные данные

Диаметр вала

$$d_{\text{вала}} = 25 \text{ мм}$$

Число зубьев жесткого колеса

$$z_1 = 124$$

Число зубьев гибкого колеса

$$z_2 = 122$$

Диаметр делительной окружности жесткого колеса:

$$d_1 = 99.2 \text{ мм}$$

Диаметр делительной окружности гибкого колеса

$$d_2 = 97.6 \text{ мм}$$

Рабочая ширина зубчатого венца гибкого колеса

$$b = 14.64 \text{ мм}$$

Рабочая ширина зубчатого венца жесткого колеса

$$b_h = 19.64 \text{ мм}$$

Угол зацепления

$$\alpha = 28.457 \text{ град}$$

Толщина стенки гибкого колеса под зубьями

$$h = 1.176 \text{ мм}$$

Радиус кривизны срединной поверхности недеформированного гибкого колеса:

$$p = 50.588 \text{ мм}$$

Крутящий момент на валу

$$M = 24.25 \text{ Н}\times\text{м}$$

## 9.2 Граничные условия и сетка элементов 3D - модели ВЗП

Граничные условия задаем с помощью функции Remote Displacement (рис. 41,42)

Remote Displacement – Удаленные ограничения перемещений.

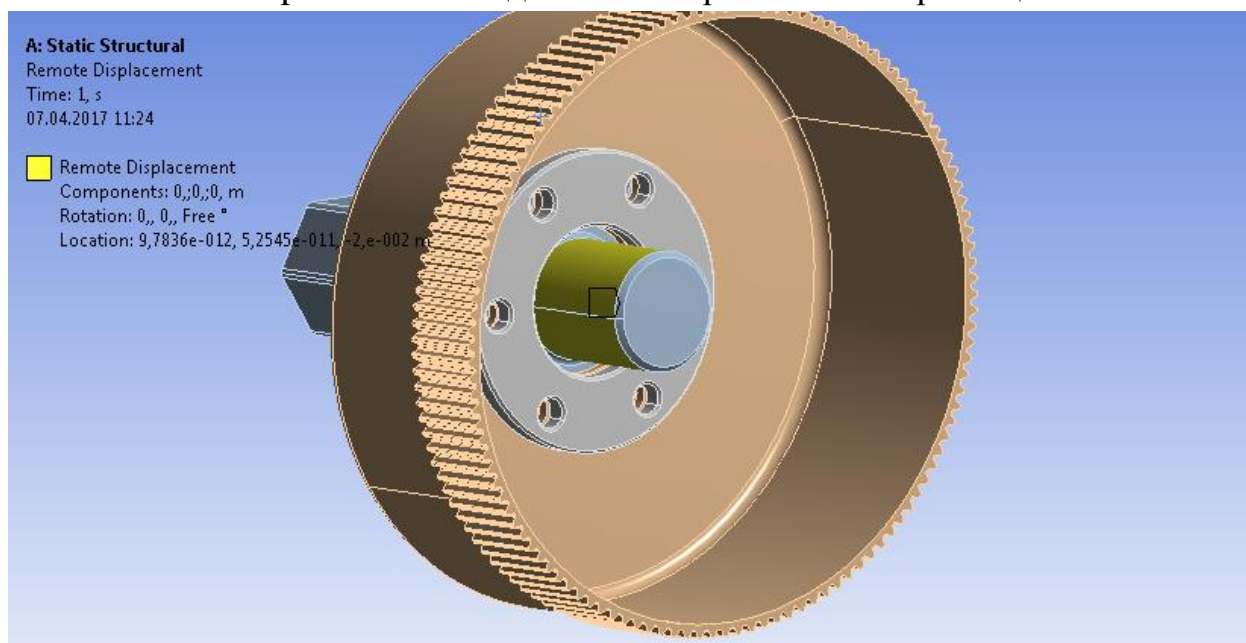


Рисунок 30 – Обозначение граничных условий с помощью функции Remote Displacement на валу

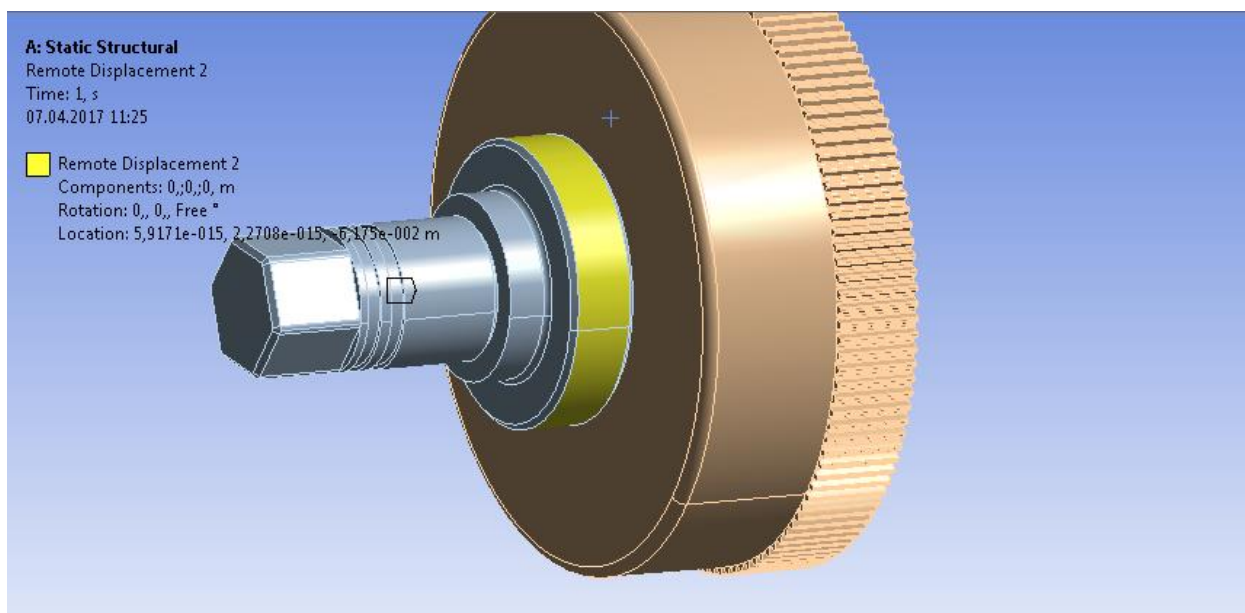


Рисунок 31 – Обозначение граничных условий с помощью функции Remote Displacement на шайбе

Данная функция создаёт на выбранной поверхности контактную пару. Также мы указываем центры вращения. В нашем случае центр вращения будет ось OZ.

### 9.3 Сетка конечных элементов

Логика любого численного моделирования предполагает разбиение расчетной области на дискреты (элементы). Именно в узлах сетки определяются значения искомых переменных и накладываются граничные условия задачи.

В данной задаче назначаем сетку на 4 модели:

- 1) Зубья гибкого колеса;
- 2) Зубья жесткого колеса;
- 3) Оболочка гибкого колеса (стакан);
- 4) Крутящий вал.



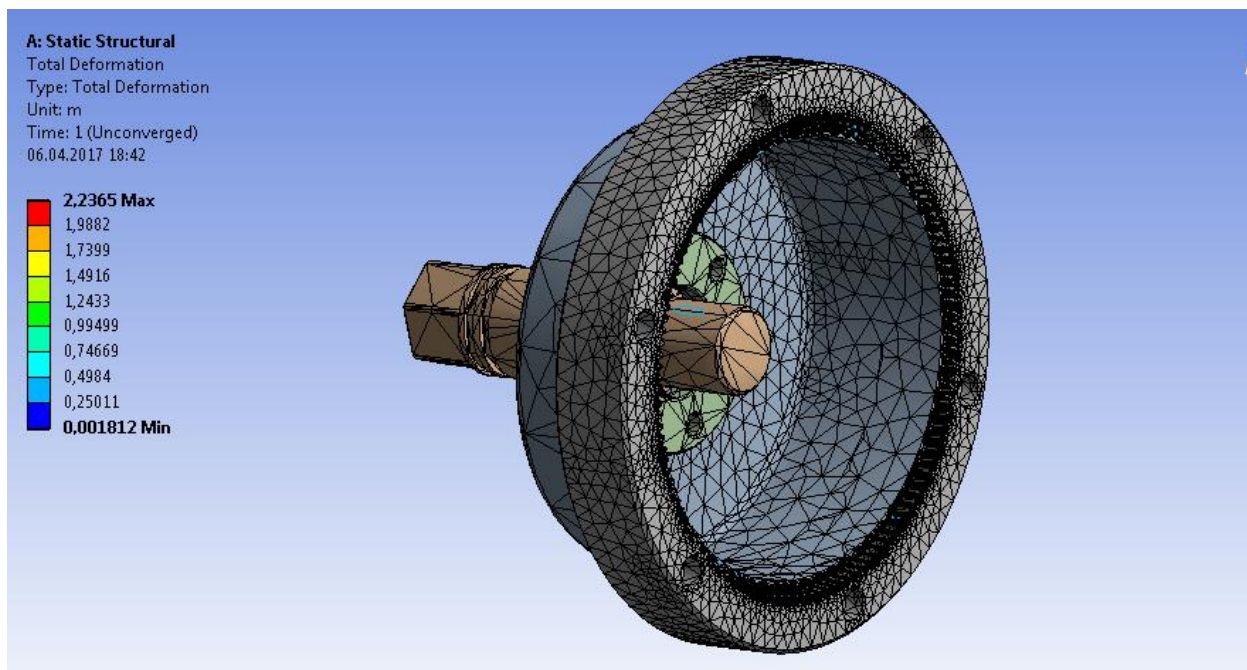


Рисунок 32 – Сетка конечных элементов на 3D-модели ВЗП

Преобразуем(сгущаем) сетку следующим образом. Размер элемента:

- 1) зубьях гибкого и жесткого колес = 0,25 м;
- 2) стакан = 3 м;
- 3) крутящий вал = 3 м.

Статистика сетки:

200936 элементов

#### 9.4 Крутящий момент на валу и фиксация гибкого колеса

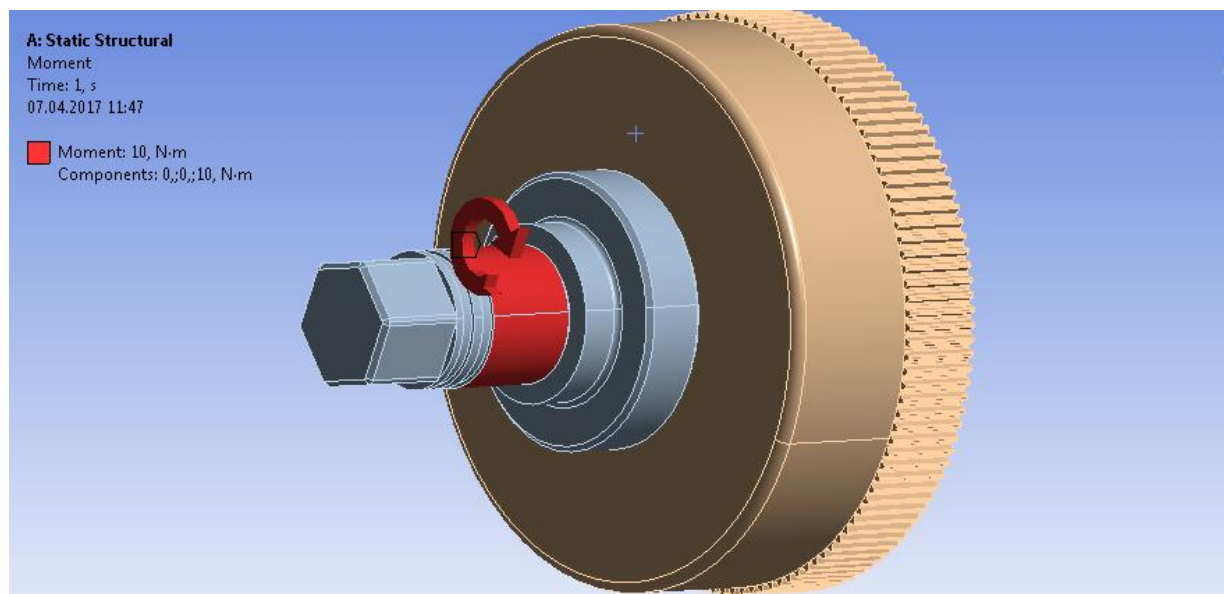


Рисунок 33 – Крутящий момент



Крутящий момент на валу:  $M = 24.25 \text{ Н}\cdot\text{м}$

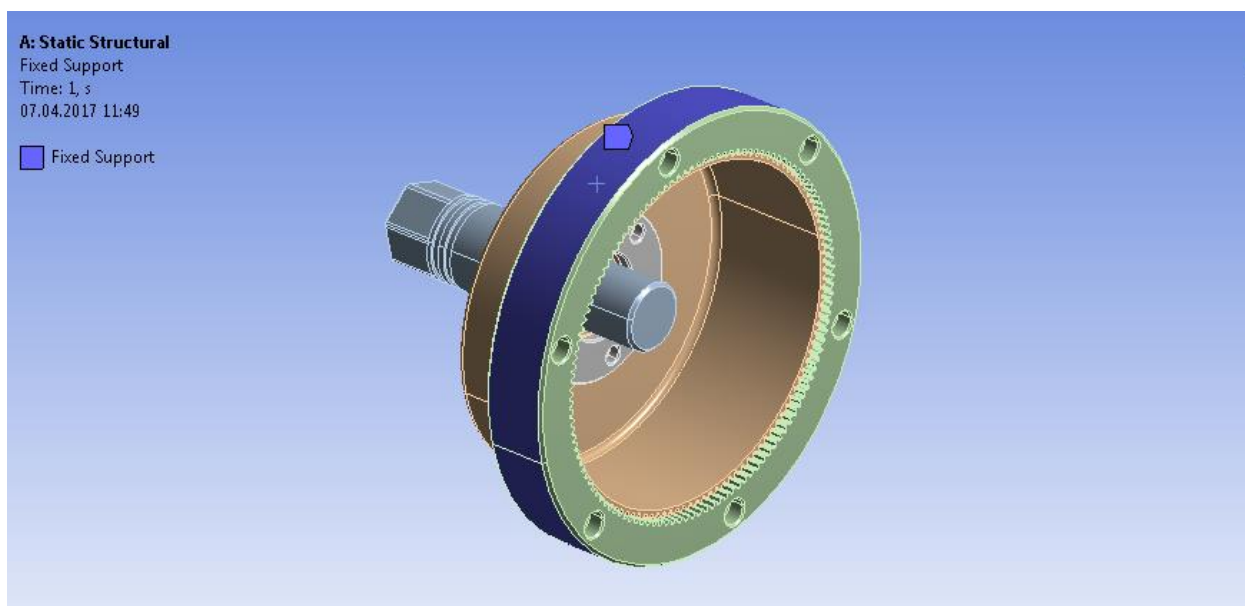


Рисунок 34 – Фиксация жесткого колеса

## 9.5 Определение деформации ВЗП от момента сопротивления

Для определения деформаций и напряжений с учетом граничных условий, крутящего момента и фиксации вала, воспользуемся функцией Total Deformation и Equivalent Stress.

Данные функции позволяют определить какие деформации и напряжения возникают на нашей 3D – модели от момента сопротивления

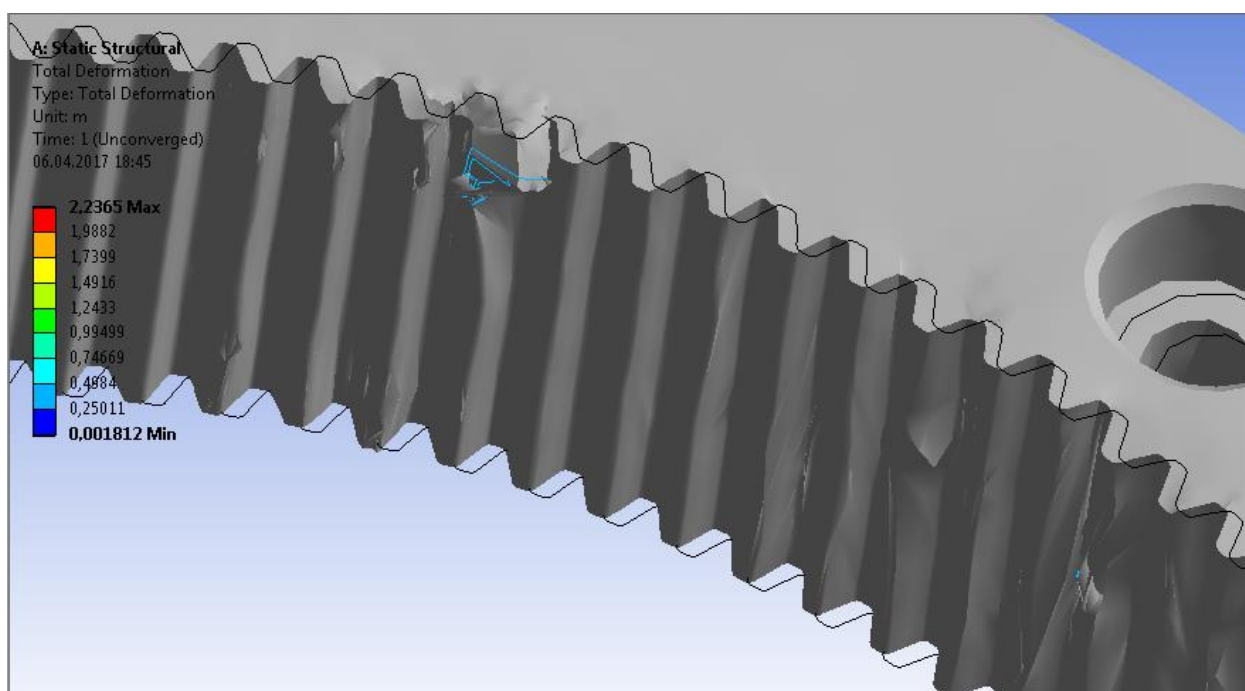


Рисунок 35 – Деформации зубьев жесткого колеса от момента сопротивления

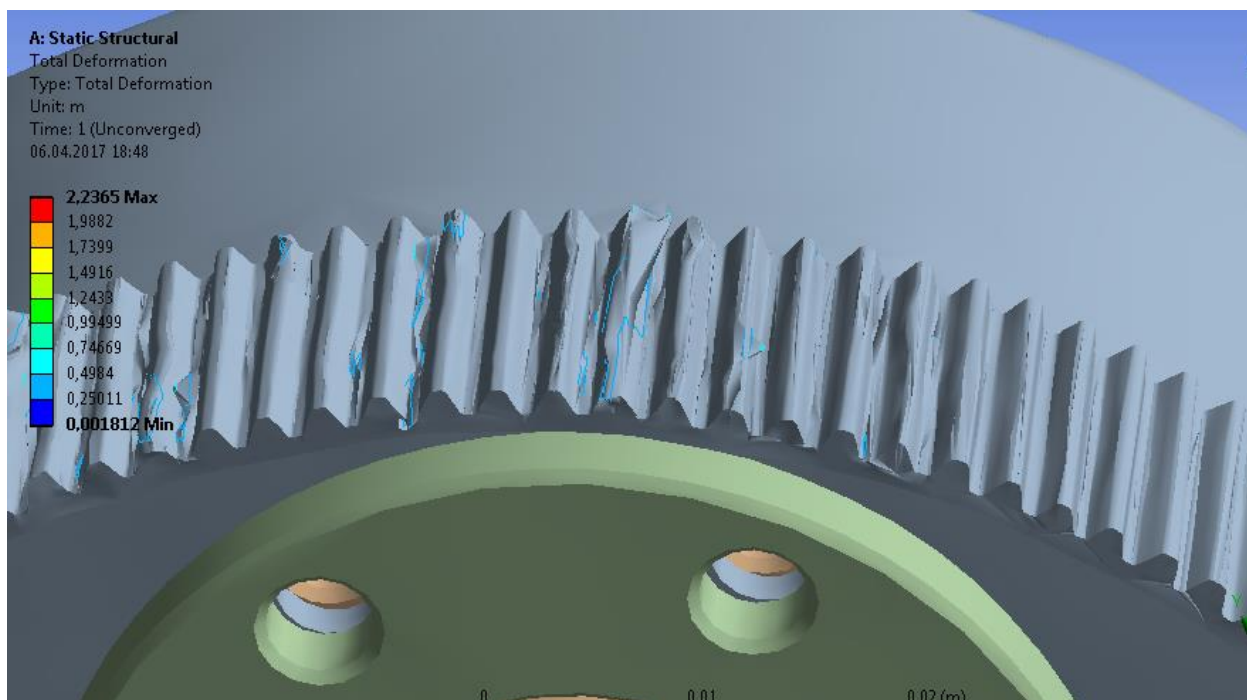


Рисунок 36 – Деформации зубьев гибкого колеса от момента сопротивления

При возникновении момента сопротивления зубья гибкого и жесткого колес начинают деформироваться.

В зоне излома (изгиба) возникает максимальная деформация зубьев 0,0022365 мм, что для мелко модульных колес является существенным и данная зона венца колеса является как раз опасной зоной для появления усталостных трещин во впадинах зубьев.

Наибольшие перемещения показывают наибольшие усилия действия на сломанный зуб (рис.36, 37)

Отсутствие кулачкового генератора в 3D – модели способствует возникновению деформаций гибкого колеса с перемещением в радиальном направлении. Поэтому такая расчетная модель не может применяться в случае с кулачковым генератором если не ограничивать радиальные перемещения.

Если использовать роликовый генератор вол, то появиться свободное пространство, куда есть возможность деформироваться гибкому колесу.

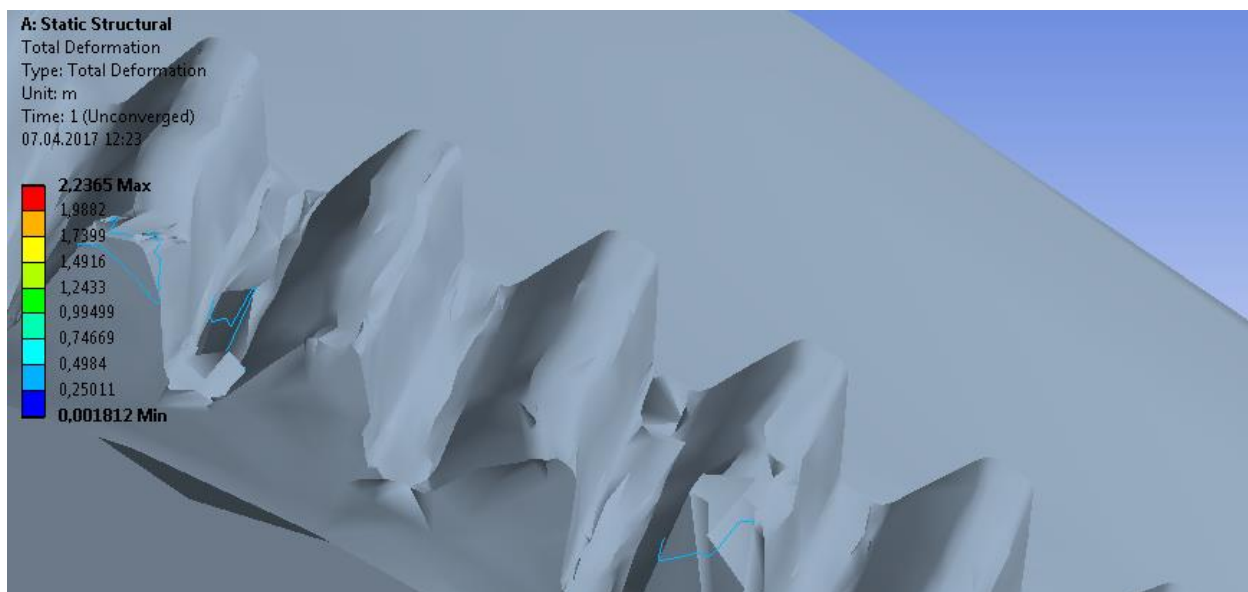


Рисунок 37 – Контактирующий зуб гибкого колеса ВЗП в нагруженном состоянии

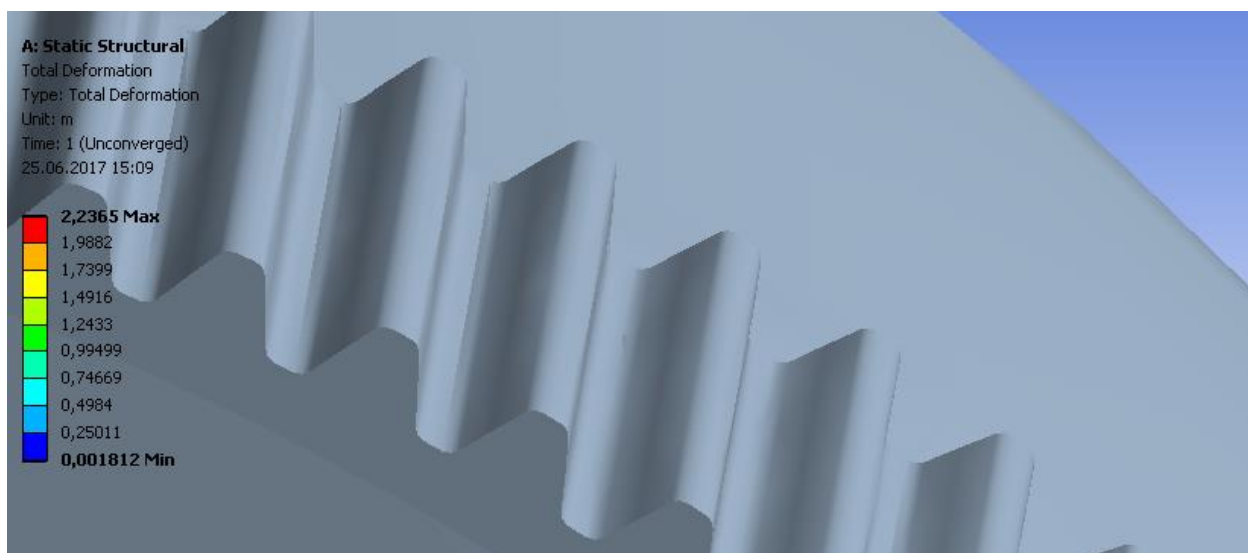


Рисунок 38 – Контактирующий зуб гибкого колеса ВЗП в ненагруженном состоянии

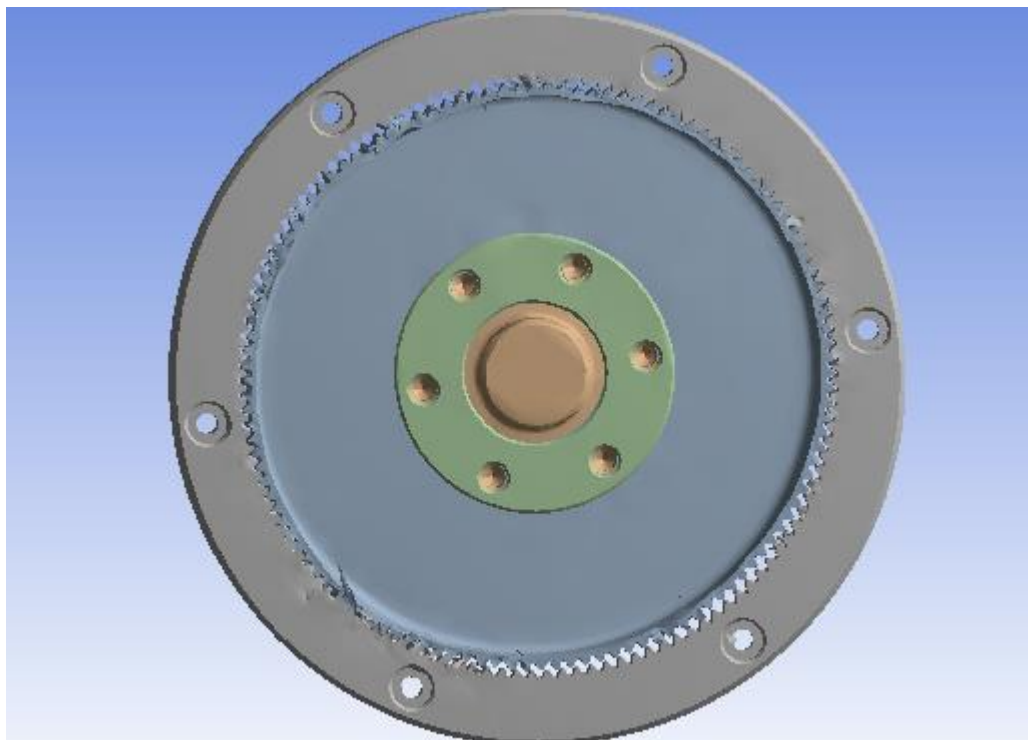


Рисунок 39 – Максимальная деформация гибкого и жесткого колес от момента сопротивления

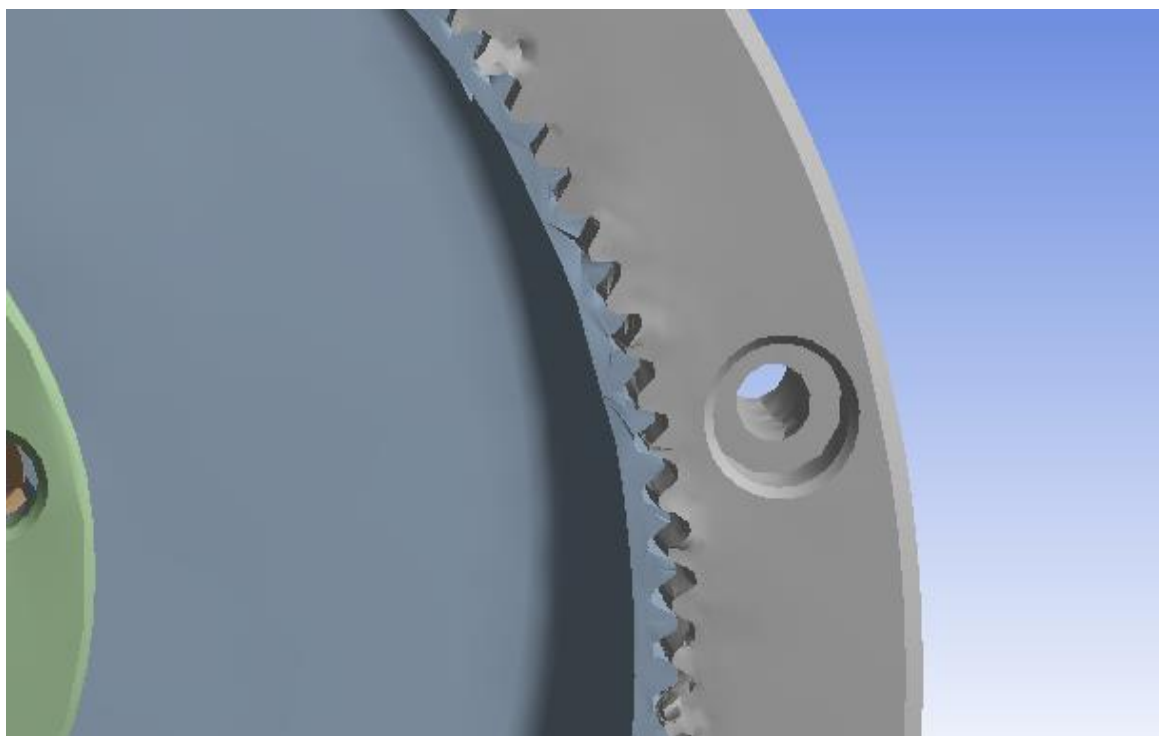


Рисунок 40 – Максимальная деформация гибкого и жесткого колес от момента сопротивления

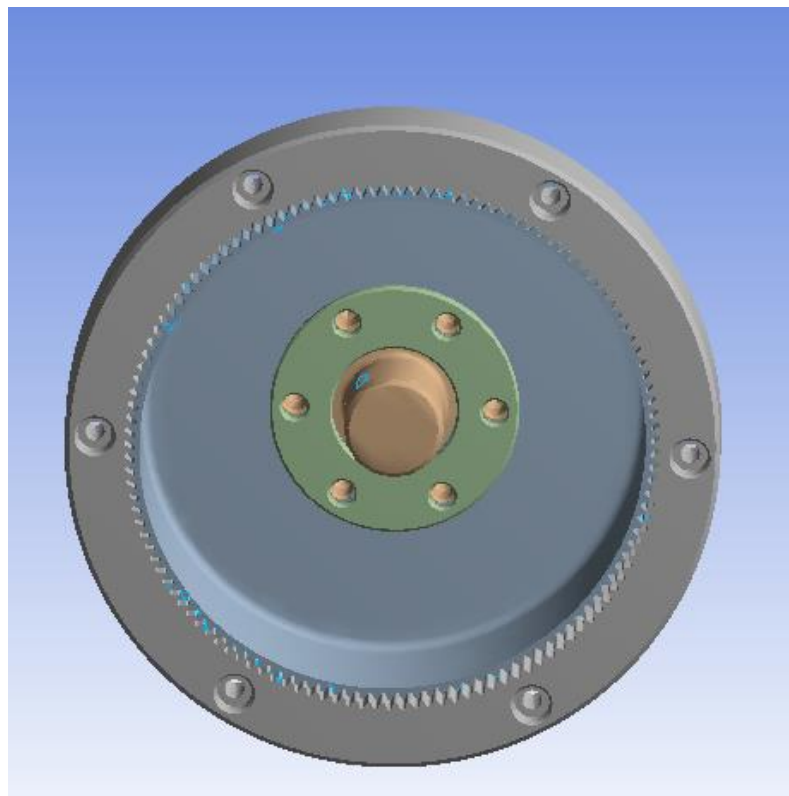


Рисунок 41 – ВЗП в ненагруженной форме

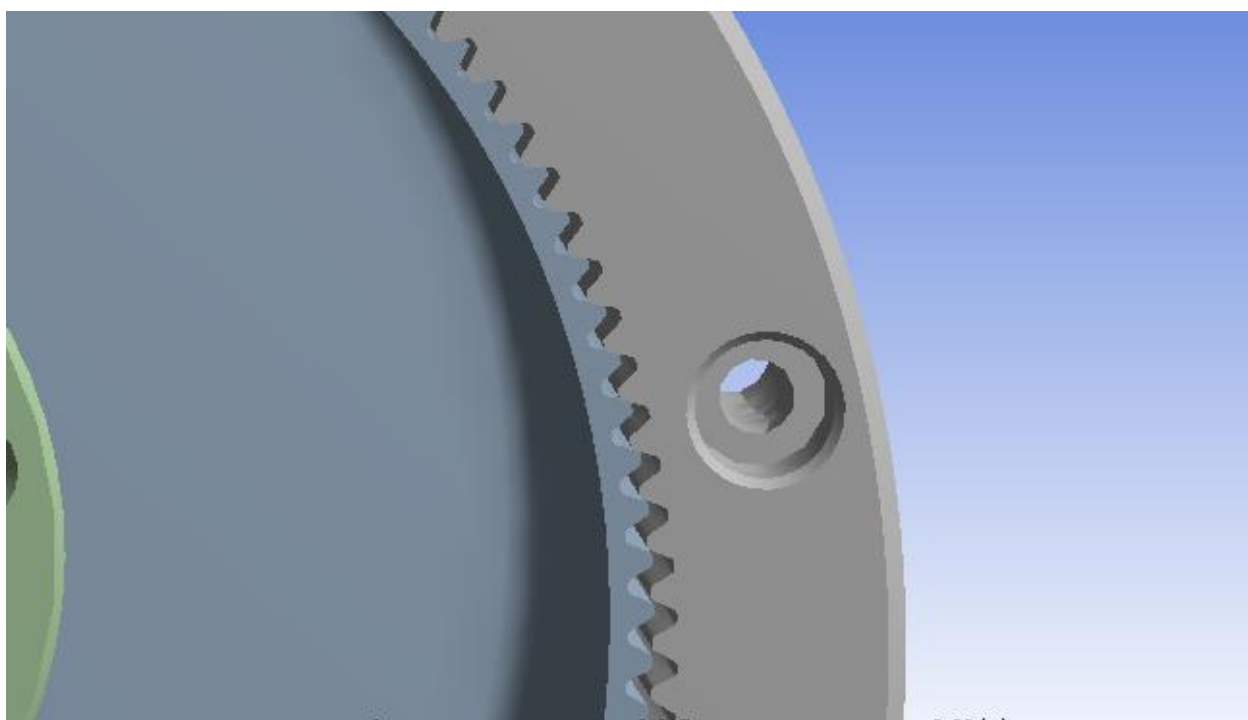


Рисунок 42 – ВЗП в ненагруженной форме

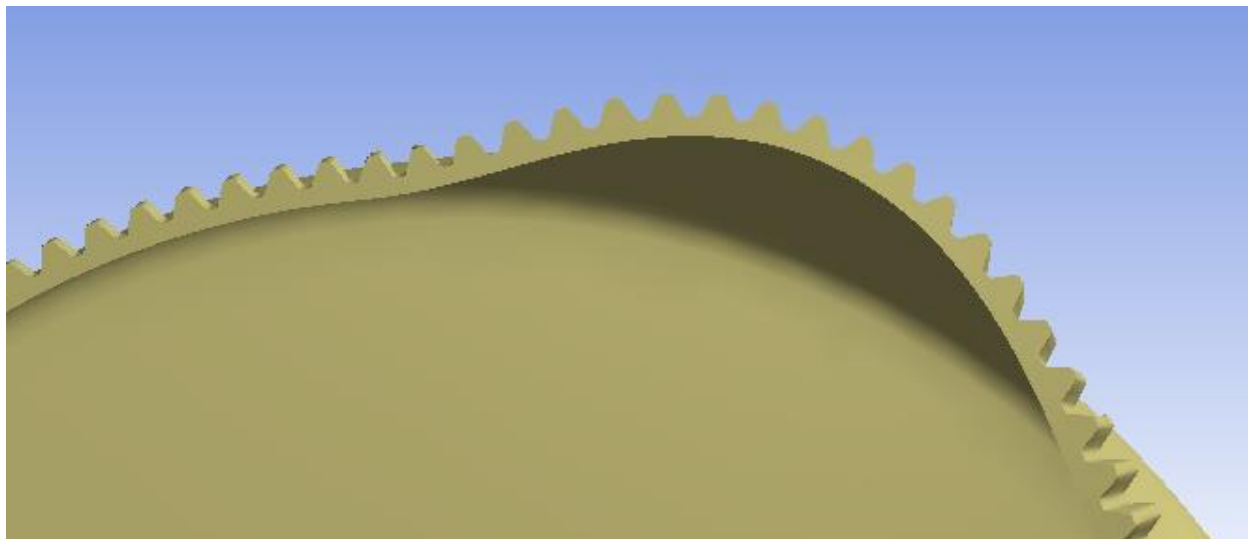


Рисунок 43 – Смещение зубья гибкого колеса ВЗП под действием внешних нагрузок

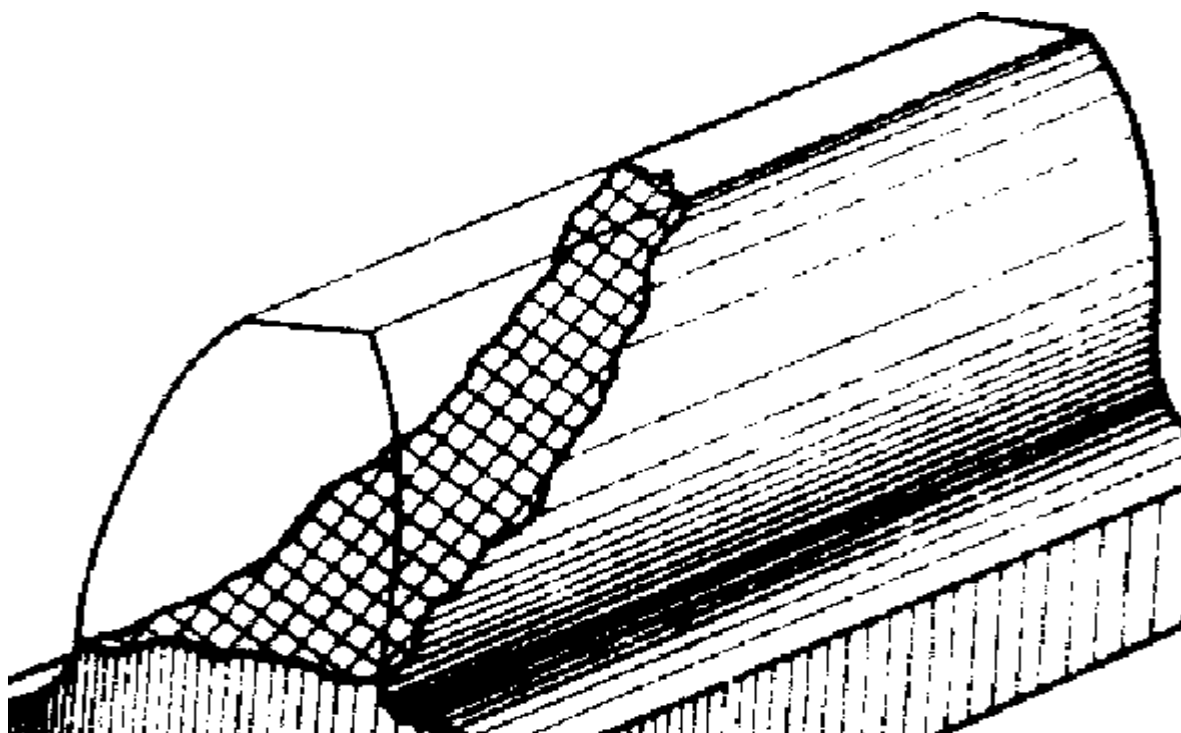


Рисунок 44 – Разрушение контактируемого зубья гибкого колеса ВЗП

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

БР – 15.03.03 ПЗ

Лист  
50



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Построена 3D–модель волновой зубчатой передачи по расчетным данным, полученным в ходе инженерного расчета.

2. Разработали схему нагружения модели и произвели расчет методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS Workbench, который показал нам, что:

1) в ненагруженной волновой зубчатой передаче в зацеплении находится не более 5 % пар зубьев гибкого и жесткого колеса, а в нагруженной в зависимости от величины нагрузки до 30%.

2) контакт зубьев гибкого и жесткого колеса в нагруженной передаче проходит не равномерно по поверхности, в радиальном направлении (по длинной оси овала), в следствии деформаций генератором волн гибкого колеса, а также углом в следствии закручивания оболочки или самого гибкого колеса, что даёт наклон зуба во впадине (рис. 37). Таким образом, зуб гибкого колеса контактирует сразу двумя своими поверхностями с двумя соседними зубьями (рис. 44). В следствии перекоса больше нагружается часть зуба, находящаяся ближе к краю гибкого колеса, что приводит к поломке зуба. В осевом направлении зуб гибкого колеса располагается по диагонали впадины жесткого колеса в осевом (радиальном направлении) (рис. 37, 38).

Смещение зубьев в окружном направлении в следствии воздействия момента полезного сопротивления приводит к закручиванию оболочки на некоторый угол. Поскольку зубья располагаются на цилиндрической поверхности оболочки, то зубья дополнительно поворачивается на тот же угол (рис. 43). Таким образом под действием вращающего момента и сил деформаций гибкое колесо (под действием генератора волн) искажает картину зацепления в сравнение с обычными цилиндрическими зубчатыми передачами.

Все это приводит к искажению картины зацепления (неравномерности зацепления как по длине, так и по высоте зуба). Окружные силы приводят к тому, что зуб от действия крутящего момента наклоняется во впадине (рис. 16, з).

3) максимальная деформация зубьев составляет 0,0022365 мм, что для мелкомодульных колес является существенным и данная зона венца колеса является как раз опасной зоной для появления усталостных трещин во впадинах зубьев (рис. 37,39,40).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОНИКОВ

- 1) Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. школа, 1981,— 184 с..
- 2) Тимофеев Г.А, Егорова О.В, Самойлова М.В, Григорьев И.И. Кинематика и особенности расчета волновой зубчатой передачи – М.: 2016 г. – с. 255 – 259.
- 3) Бойко Л.С, Высоцкий А.З. Редукторы и мотор-редукторы общемашиностроительного применения: Справочник – М.: Машиностроение, 1984. – 246 с., ил. (Б-ка конструктора)
- 4) Ивашов Е.Н, Лучников А.П, Сигов А.С, Степанчиков С.В. Проектирование элементов и устройств технологических систем электронной техники – М.: 2008 г.
- 5) Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 541с.
- 6) Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
- 7) Норри Д, Де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов / Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 304 с.
- 8) Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
- 9) Жуков К.П. Проектирование деталей и узлов машин / Жуков К.П., Гуревич Ю.Е. – Москва, 2004. – 671 с.
- 10) Чернавский С.А. Курсовое проектирование деталей машин: учебное пособие/С.А. Чернавский, К.Н. Боков, И.М. Чернин, Г.М. Ицкович, В.П. Козинцов. – Москва, 2005. – 414 с.
- 11) Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: В 3 т. Т 1,2,3. – М.: Машиностроение, 2001.
- 12) Андриенко Л.А., Байков Б.А. и др.; под ред. Ряховского. Детали машин: Учебник для вузов, 2002. – 544 с.
- 13) Люминарский С.Е., Люминарский И.Е. Исследование напряженного состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи / С.Е. Люминарский, И.Е. Люминарский // Вестник МГТУ имени Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2014. – №6. – с. 21–28.
- 14) Тимофеев Г.А., Барбашов Н.Н. Проектирование одноступенчатых волновых зубчатых передач и двухступенчатых с волновой муфтой / Г.А. Тимофеев, Н.Н. Барбашов // Известия высших учебных заведений. Сер. Машиностроение. – 2016. – №1. – с. 4 – 9.